

ANÁLISE DA DINÂMICA INFLACIONÁRIA BRASILEIRA PÓS-PLANO REAL COMO UM PROCESSO DE MEMÓRIA LONGA

Artur José LEMONTE¹
Themis da Costa ABENSUR²
Ricardo Chaves LIMA²

- RESUMO: Alguns autores têm argumentado que a dinâmica inflacionária no Brasil segue um processo de raiz unitária. De fato, Cati et al. (Journal of Applied Econometrics, 1999) mostraram que a dinâmica inflacionária no Brasil é quase totalmente inercial. Por outro lado, Reisen et al. (Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics, 2003) mostraram que o processo inflacionário brasileiro é livre de inércia. Nestes dois trabalhos, os autores analisaram o índice conhecido como IGP-DI (Índice Geral de Preços, Disponibilidade Interna). Neste artigo, estudamos a dinâmica inflacionária brasileira após a implementação do Plano Real em 1994, considerando o índice conhecido como IPCA (Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo). Nós estimamos o parâmetro de diferenciação fracionária usando uma especificação ARFIMA para as taxas de inflação no país neste período (pós-Plano Real) e nossos resultados sugerem que a dinâmica inflacionária é melhor modelada por um processo de longa dependência (memória longa) do que por um mecanismo de raiz unitária, implicando a não existência de inércia na inflação pós-Plano Real.
- PALAVRAS-CHAVE: Dinâmica inflacionária; inflação inercial; modelos ARFIMA.

1 Introdução

A inflação brasileira foi caracterizada pela alta elevação nos preços relativos e diversas tentativas de redução ou estabilização dos preços ocorreram em vários períodos na economia como os planos econômicos de choque: Cruzado (março de

¹Departamento de Estatística, Universidade de São Paulo – USP, Rua do Matão, 1010, CEP: 05508-090, São Paulo, SP, Brasil. E-mail: arturlemonte@gmail.com

²Departamento de Economia, Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, CEP: 50670-901, Recife, PE, Brasil, E-mail: tabensur@gmail.com / rlima@ufpe.br

1985), Bresser (junho de 1987), Verão (janeiro de 1989), Collor I e II (abril de 1990 e fevereiro de 1991, respectivamente). Todos esses planos baixaram a inflação por algum tempo e falharam depois. A estabilização da inflação só foi obtida com o Plano Real (junho de 1994) através de um método de substituição da moeda. A partir daí a dinâmica inflacionária passou a apresentar um comportamento de estabilidade.

O Brasil tem sido freqüentemente citado como um país cuja inflação apresenta ‘inércia’. Isso significa que na ausência de novos choques, a inflação tende a se reproduzir de um período para o próximo; veja Cati et al. (1999), Durevall (1998) e Novaes (1993). Um processo inflacionário totalmente inercial corresponde a um passeio aleatório na inflação, onde inovações são totalmente persistentes no sentido de que um choque de 1% na inflação hoje muda, a longo prazo, a inflação prevista exatamente em 1%.

A dinâmica inflacionária no Brasil vem sendo bastante estudada nos últimos anos. Simonsen (1988) observou a existência de inércia na inflação brasileira, reconhecendo que choques negativos, tal como o choque do petróleo em 1974, elevaram a inflação para novos níveis, onde ela permaneceu até a ocorrência de novos choques. Novaes (1993) realizou um estudo utilizando dados mensais para o período de janeiro de 1970 a dezembro de 1985 e, através de uma medida paramétrica de funções de resposta cumulativas para modelos ARIMA, estimou o grau de inércia na inflação brasileira em 1/3. Durevall (1998), para dados de 1968 a 1985, usando uma formulação de correção de erros, estimou o nível de inflação inercial no Brasil em 0.41. Cati et al. (1999), com dados mensais da taxa de inflação que se estendem de janeiro de 1974 a junho de 1993, utilizaram a função de densidade espectral da primeira diferença da série normalizada na freqüência zero, encontraram que a dinâmica inflacionária brasileira é quase inteiramente inercial, 0.97. Campêlo & Cribari-Neto (2003), analisando dados mensais de fevereiro de 1944 até fevereiro de 2000, encontraram que a componente inercial na dinâmica inflacionária brasileira é de segunda ordem, isto é, a inércia é consideravelmente baixa (entre 0.1 e 0.2). Reisen et al. (2003), através de dados mensais de fevereiro de 1944 a fevereiro de 2000, realizaram um estudo da dinâmica da inflação brasileira e, através de uma especificação ARFIMA para a taxa de inflação, sugeriram que os resultados são melhor modelados por um processo de memória longa do que um mecanismo de raiz unitária, implicando na não existência de inércia na inflação. Maia & Cribari-Neto (2006) realizaram um estudo da dinâmica inflacionária brasileira pós-Plano Real e, através de modelos auto-regressivos quantílicos, observaram que os resultados fornecem evidência de dinâmica globalmente estacionária.

Recentemente, Figueiredo & Marques (2007) investigaram a dependência de longo prazo da inflação brasileira, descrevendo-a como um processo fracionalmente integrado tanto na média quanto na variância. Os resultados indicaram uma redução da memória inflacionária, no período de agosto de 1994 até abril de 2007 (pós-Plano Real), e também uma recíproca influência entre a média e a volatilidade da inflação. Os autores estudaram a dinâmica inflacionária no Brasil através do Índice Geral de Preços, Disponibilidade Interna (IGP-DI).

O objetivo principal deste artigo é investigar se a dinâmica inflacionária brasileira, medida pelo Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo – IPCA, pós-Plano Real, apresenta características de longa dependência (memória longa). Iremos considerar o IPCA por se tratar de um índice que é utilizado pelo Banco Central como medidor oficial da inflação do país. Além disso, o governo usa o IPCA como referência para verificar se a meta estabelecida para a inflação está sendo cumprida.

Vale ressaltar que quando a inflação segue um processo ARIMA($p, 1, q$), ela apresenta alguma inércia, que pode ser pequena (próxima de zero) ou grande (maior que um). Quando $d < 1$, entretanto, a inflação apresenta memória longa (isto é, leva-se um longo período de tempo para que os choques desapareçam) mas sem inércia na inflação (isto é, os choques irão desaparecer). Nossos resultados mostram que o processo inflacionário brasileiro pós-Plano Real é estacionário e livre de inércia.

2 Modelo ARFIMA(p, d, q)

O modelo ARFIMA(p, d, q) em tempo discreto é dado por

$$\Phi(B)(1 - B)^d X_t = \Theta(B)\epsilon_t, \quad d \in \mathbb{R}, \quad \epsilon_t \sim iid(0, \sigma_\epsilon^2), \quad (1)$$

em que $t = 1, 2, \dots, n$, B é o operador de defasagem ($BX_t = X_{t-1}$), $\Phi(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p$ e $\Theta(B) = 1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q$ são polinômios de ordens p e q , respectivamente, com todas as raízes fora do círculo unitário, e ‘*iid*’ denota independente e identicamente distribuído. Quando $d \in (-0.5, 0.5)$ o processo ARFIMA é estacionário e invertível, e sua densidade espectral, $f(w)$, é dada por

$$f(w) = f_u(w) \{2\text{sen}(w/2)\}^{-2d}, \quad w \in [-\pi, \pi],$$

em que $f_u(\cdot)$ é a densidade espectral de um processo ARMA. Nota-se que $f(w) \sim w^{-2d}$, quando $w \rightarrow 0$, isto é, os modelos ARFIMA estacionários têm um pólo na frequência zero quando $d > 0$ e um zero nessa mesma frequência quando $d < 0$. Verifica-se, ainda, que a função de autocorrelação, ρ_k , decai hiperbolicamente e apresenta a relação assintótica $\rho_k \sim k^{2d-1}$, quando $k \rightarrow \infty$. Dessa forma, os modelos ARFIMA se distinguem dos modelos ARMA, pois o decaimento de sua função de autocorrelação é lento e hiperbólico, enquanto que nos modelos ARMA o decaimento é rápido e exponencial.

Os valores do parâmetro de diferenciação fracionária d variam entre -1 e 1 , e podem ser interpretados como segue (Hosking, 1981): quando $-0.5 < d < 0$, a função de autocorrelação cai hiperbolicamente, sendo o processo de memória curta, ou seja, os valores atuais são pouco correlacionados com os valores passados. Neste caso, diz-se também que a série é antipersistente, isto é, se a série se afastar do seu nível médio, volta em seguida ao seu nível inicial. Quando $0 < d < 0.5$, a função de autocorrelação também cai hiperbolicamente mas em um nível mais elevado do que o caso de memória curta, e o processo é dito de memória longa, isto é, os valores presentes ‘carregam’ uma grande correlação com os valores passados.

Quando $0.5 \leq d < 1$, a função de autocorrelação do modelo ARFIMA aumenta à medida que k cresce, e a variância do processo é indefinida. Neste caso, e quando $-1 \leq d \leq -0.5$, o processo é dito não estacionário.

A diferenciação fracionária $(1 - B)^d$, $d \in \mathbb{R}$, é obtida através da expansão binomial

$$\begin{aligned} (1 - B)^d &= \sum_{j=0}^{\infty} \binom{d}{j} (-B)^j \\ &= 1 - dB - \frac{d(1-d)}{2!} B^2 - \frac{d(1-d)(2-d)}{3!} B^3 - \dots; \end{aligned}$$

veja Beran (1994) para mais detalhes sobre modelos ARFIMA.

Um dos métodos mais tradicionais utilizados para estimar o parâmetro de diferenciação fracionária, d , foi proposto por Geweke & Porter-Hudak (1983); denotado por \widehat{d}_{GPH} . Este método é semiparamétrico e se baseia em uma equação de regressão que exhibe a relação entre a função densidade espectral de um processo ARFIMA(p, d, q) e de um processo ARMA(p, q). Esta relação pode ser expressa na forma

$$y_j = \beta_0 + \beta_1 x_j + \varepsilon_j, \quad j = 1, 2, \dots, g(n),$$

em que $y_j = \ln\{I(w_j)\}$, sendo $I(w_j)$ o periodograma da série na frequência w_j , $w_j = 2\pi j/n$ ($j = 0, 1, \dots, n-1$) representa as ordenadas harmônicas da amostra, $x_j = \ln\{2\text{sen}(w_j/2)\}^2$, n é o número de observações e $g(n) = n^\alpha$ ($0 < \alpha < 1$) é o número de ordenadas harmônicas incluídas na regressão espectral (bandwidth). Assim, temos que $\widehat{d}_{GPH} = -\widehat{\beta}_1$. Geweke & Porter-Hudak (1983) recomendam usar $\alpha = 0.5$. Alguns autores variam o valor de α para examinar a sensibilidade de d ao número de ordenadas harmônicas; veja Hurvich & Deo (1999).

Outro procedimento semiparamétrico para estimar o parâmetro d foi proposto por Reisen (1994); denotado por \widehat{d}_R . O autor sugere substituir a função periodograma $I(w_j)$ na equação de regressão anterior pela função periodograma suavizado $I_s(w_j)$. [Uma descrição detalhada sobre funções periodograma está dada em Priestley (1981).] A equação de regressão toma a forma

$$y_j^* = \beta_0 + \beta_1 x_j + \varepsilon_j, \quad j = 1, 2, \dots, g(n),$$

em que $y_j^* = \ln\{I_s(w_j)\}$. Assim, temos que $\widehat{d}_R = -\widehat{\beta}_1$. Neste método, $g(n)$ é escolhido da mesma forma que antes. Uma descrição detalhada deste estimador pode ser encontrada em Reisen (1994). Neste artigo, em ambos os métodos de estimação, o valor de α foi fixado em 0.5. Estudos de simulação comparando o viés destes estimadores podem ser encontrados em Reisen et al. (2001) e Lopes et al. (2002, 2004).

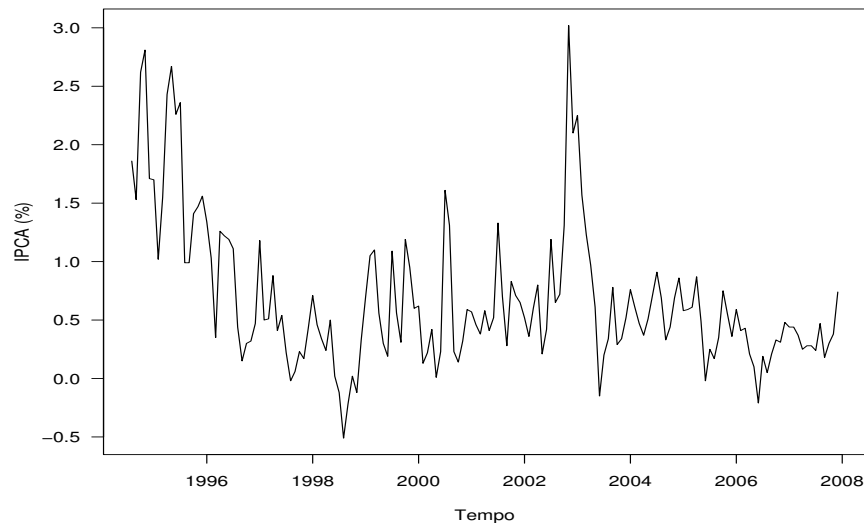


Figura 1 - Evolução da inflação brasileira medida pelo IPCA pós-Plano Real.

3 Dados e resultados

3.1 Dados

O índice de inflação utilizado neste artigo é conhecido como IPCA (Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo), calculado mensalmente pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) e utilizado pelo Banco Central do Brasil para o acompanhamento dos objetivos estabelecidos no sistema de metas de inflação. Este indicador verifica as variações dos custos com os gastos em consumo das pessoas que ganham de um a quarenta salários mínimos nas regiões metropolitanas de Belém, Fortaleza, Recife, Salvador, Minas Gerais, Rio de Janeiro, São Paulo, Curitiba, Porto Alegre, além do município de Goiânia e Distrito Federal. Os dados foram extraídos do endereço <http://www.ipeadata.gov.br> e se estendem de agosto de 1994 até dezembro de 2007, isto é, consideramos apenas observações após a implementação do Plano Real. A Figura 1 apresenta a evolução da dinâmica inflacionária brasileira medida pelo IPCA pós-Plano Real.

3.2 Resultados

Todas as análises apresentadas no artigo foram feitas utilizando o software estatístico R em sua versão 2.6.1 e a linguagem de programação matricial Ox em sua versão 4.1. Estes programas são gratuitos e podem ser obtidos através dos endereços <http://www.R-project.org> e <http://www.doornik.com>. Detalhes

sobre os programas R e Ox podem ser encontrados em Cribari-Neto & Zarkos (1999) e Doornik (2006), respectivamente.

3.2.1 Análise preliminar

Inicialmente, aplicaremos testes de raízes unitárias à série Índice Nacional de Preço ao Consumidor Amplo – IPCA, para verificar a existência de raiz unitária. Aplicamos os seguintes testes: Said & Dickey (1984) – ADF; Phillips & Peron (1988) – PP; Kwiatkowski et al. (1992) – KPSS. De acordo com Schwert (1989), os testes tradicionais de raízes unitárias sofrem graves distorções quando a primeira diferença da série apresenta um componente de médias móveis negativo e próximo de um. Além, claro, da presença de *outliers* e *inliers* na amostra, dificultando, assim, a identificação do processo gerador dos dados.

Os testes ADF e PP examinam a hipótese nula de existência de raiz unitária, $H_0: I(1)$, enquanto o teste KPSS examina a hipótese nula de inexistência de raiz unitária, $H_0: I(0)$. Como as hipóteses nulas dos testes ADF/PP e KPSS são distintas, espera-se que a utilização conjunta desses testes possibilite uma determinação mais precisa da ordem de integração da série. Entretanto, de acordo com Baillie et al. (1996), a utilização dos testes PP e KPSS conjuntamente pode gerar quatro resultados:

- a) a rejeição da hipótese nula do teste PP e a não rejeição da hipótese nula do teste KPSS, indicando forte evidência de um processo estacionário;
- b) a não rejeição da hipótese nula do teste PP e a rejeição da hipótese nula do teste KPSS, indicando que a série possui uma raiz unitária;
- c) a não rejeição das hipóteses nulas em ambos os testes PP e KPSS, o que gera uma indeterminação sobre o processo gerador dos dados;
- d) a rejeição da hipótese nula em ambos os testes PP e KPSS, sugerindo que o processo gerador não é $I(0)$ nem $I(1)$, indicando uma provável integração fracionária.

Os resultados dos testes de raízes unitárias ADF, PP e KPSS estão apresentados na Tabela 1. Em um primeiro momento, destaca-se a componente de médias móveis para o modelo ARIMA(0,1,1). Note que o valor estimado é negativo, isto é, $\hat{\theta} = -0.226$. Ao aplicar os testes de raízes unitárias, consideramos dois processos geradores: um com constante e outro com constante e tendência. Optou-se por estas caracterizações por não se ter claramente um processo gerador bem definido.

Observe na Tabela 1 que em todos os casos a hipótese nula foi rejeitada ao nível de significância de 1%, indicando que a série não é $I(0)$ nem $I(1)$ o que, segundo Baillie et al. (1996), constitui uma forte evidência de que o grau de diferenciação da série deve ser fracionário (modelo ARFIMA). Dessa forma, aplicaremos aos dados uma modelagem de longa dependência (memória longa), isto é, modelos ARFIMA, e verificar o grau de integração da série IPCA pós-Plano Real.

Tabela 1 - Testes de raízes unitárias para a série IPCA.

ARIMA(0,1,1)	ADF		PP		KPSS	
	C	CT	C	CT	C	CT
$\hat{\theta} = -0.226$	-4.5489*	-4.8853*	-5.049*	-5.085*	1.048*	0.349*

(*) rejeita-se a hipótese nula a 1%.

'C' e 'CT' denotam especificações 'com constante' e 'com constante e tendência'.

3.2.2 Modelos ARFIMA

Observamos na seção anterior que a aplicação dos tradicionais testes de raízes unitárias apresentou resultados inconclusivos quanto à ordem de integração do modelo. Dessa forma, investigaremos a pertinência de uma caracterização fracionária para a série IPCA pós-Plano Real.

Na Tabela 2, apresentamos as estimativas do parâmetro d utilizando os métodos propostos em Geweke & Porter-Hudak (1983) e Reisen (1994), juntamente com o erro padrão assintótico dos estimadores de d , σ , e os desvios padrão residuais das regressões espectrais, s . Observe que o erro padrão assintótico do estimador \hat{d}_R foi menor do que o erro padrão assintótico de \hat{d}_{GPH} . Da mesma forma, o desvio padrão residual da regressão espectral, utilizando a função periodograma suavizado (Reisen, 1994), foi menor do que o desvio padrão da regressão com a função periodograma (Geweke & Porter-Hudak, 1983).

Tabela 2 - Estimativas de d para o modelo ARFIMA.

Método	Estimativas de d
GPH (1983)	$\hat{d}_{GPH} = 0.338$ $\sigma(\hat{d}_{GPH}) = 0.257$ $s(\hat{d}_{GPH}) = 0.194$
Reisen (1994)	$\hat{d}_R = 0.491$ $\sigma(\hat{d}_R) = 0.113$ $s(\hat{d}_R) = 0.048$

É interessante observar na Tabela 2 que as estimativas para o parâmetro de diferenciação fracionária d indicaram um comportamento de memória longa estacionário, $0 < d < 0.5$, para a série IPCA pós-Plano Real. Observe que o valor de d estimado é significativamente diferente de zero, principalmente \hat{d}_R . Este resultado confirma a suspeita de integração fracionária discutido na seção anterior, ou seja, a série IPCA pós-Plano Real deve ser modelada através de um modelo ARFIMA. Adicionalmente, note que \hat{d}_R está próximo de 0.5, região de não estacionaridade do processo ARFIMA. Um intervalo de confiança (assintótico) de nível 95% para d inclui valores estritamente maiores que 0.5. Entretanto,

por se tratar de um intervalo assintótico (válido somente quando o tamanho da amostra é suficientemente grande), em geral, em aplicações práticas, considera-se apenas a estimativa pontual do parâmetro de longa dependência. (Considera-se um intervalo de confiança assintótico para d pelo fato da distribuição exata de \hat{d} não ser conhecida.)

Como o valor de d foi estimado, precisamos encontrar a ordem das componentes autorregressiva e de médias móveis que melhor represente o processo gerador dos dados. Nos modelos ARFIMA, ao utilizar métodos semiparamétricos para encontrar \hat{d} , e há necessidade de se estimar componentes AR e/ou MA, primeiramente filtra-se a série com \hat{d} , utilizando a expansão binomial apresentada anteriormente (truncada no comprimento da série) para $(1 - B)^{\hat{d}}$, e posteriormente estima-se o modelo seguindo a mesma metodologia utilizada para os modelos ARMA. A ordem dos polinômios auto-regressivo e de médias móveis, isto é, os valores de p e q , respectivamente, foram encontrados utilizando o Critério de Informação de Akaike (AIC) e o Critério Bayesiano de Schwartz (SBC), isto é, o melhor modelo estimado foi escolhido de tal forma que apresentasse os menores valores de AIC e SBC dentre os modelos ARFIMA com $p, q = 0, 1, 2, 3$. As estimativas dos modelos selecionados estão apresentadas na Tabela 3.

Tabela 3 - Modelos ARFIMA estimados para a série IPCA pós-Plano Real.

Parâmetros	Modelo selecionado	
	GPH (1983) ARFIMA(1, d , 0)	Reisen (1994) ARFIMA(0, d , 1)
\hat{d}	0.338 (0.257)	0.491 (0.113)
$\hat{\phi}$	0.426 (0.073)	—
$\hat{\theta}$	—	0.295 (0.080)
$\hat{\sigma}^2$	0.16	0.16
$\log \ell$	-82.40	-82.72
AIC	168.81	169.45
SBC	185.14	185.78
Q(4)	1.51	1.15
Q(20)	26.29	22.19

Na Tabela 3, $\hat{\sigma}^2$ representa a variância residual, $\log \ell$ o logaritmo da verossimilhança, Q(4) e Q(20) representam as estatísticas de Box–Pierce modificadas (Ljung & Box, 1978), com 4 e 20 graus de liberdade, respectivamente. Estas quantidades não foram estatisticamente significativas. Por exemplo, os p -valores correspondentes a Q(4) = 1.51 e Q(20) = 26.29, foram 0.83 e 0.16, respectivamente. Observe ainda, nesta tabela, que os valores do AIC e SBC foram menores para o modelo estimado usando como estimador de d o método proposto em Geweke & Porter–Hudak (1983).

Em resumo, os resultados da Tabela 3 sugerem que a série é estacionária e

apresenta memória longa. Entretanto, como a ordem de integração é menor do que um, isto implica que não existe inércia na inflação no processo inflacionário brasileiro medido pelo IPCA pós-Plano Real. Estes resultados são similares ao que Reisen et al. (2003) encontraram para o processo inflacionário brasileiro usando um modelo ARFIMA. Os autores utilizaram o índice IGP-DI (Índice Geral de Preços, Disponibilidade Interna), calculado pela Fundação Getúlio Vargas - FGV, no período de fevereiro de 1944 até fevereiro de 2000. Vale ressaltar que os autores mostraram que a dinâmica inflacionária brasileira é melhor modelada por um processo ARFIMA, porém, não estacionário $d \in (0.5, 1)$. Adicionalmente, nossos resultados também estão de acordo ao que Figueiredo & Marques (2007) encontraram para a dinâmica inflacionária brasileira, medida pelo índice IGP-DI, no período de agosto de 1994 até abril de 2007 (período pós-Plano Real). Os autores mostram que neste período, a dinâmica da inflação apresenta características de memória longa.

O próximo passo é investigar o desempenho de previsão dos modelos selecionados e identificar qual deles tem a melhor habilidade em predição. O desempenho de previsão *ex-post* de cada modelo foi avaliada através de duas medidas: o erro quadrático médio de previsão (MSE) e o erro percentual absoluto médio (MAPE). Quanto menores forem os valores de MSE e MAPE, melhor o desempenho de previsão. Na Tabela 4 apresentamos o desempenho de previsão de cada modelo.

Ao aplicar os testes de raízes unitárias aos dados (veja Seção 3.2.1), não foi possível concluir sobre a ordem de integração da série. Dessa forma, incluímos também na Tabela 4 os resultados do desempenho de previsão de um modelo ARMA e de um modelo ARIMA (com uma raiz unitária), a fim de comparação com os modelos de longa dependência. Estes modelos apresentaram os menores valores do AIC e SBC dentre os modelos ARMA(p, q) e ARIMA($p, 1, q$) com $p, q = 0, 1, 2, 3$.

Observe na Tabela 4 que em um horizonte de previsão curto ($h = 1, 4$), o modelo ARFIMA(0, 0.491, 1), com d estimado pelo método de Reisen (1994), produziu as melhores previsões segundo todas as medidas apresentadas. Para horizontes de previsão intermediário ($h = 8, 12$) e longo ($h = 20$), as melhores previsões foram do modelo ARFIMA(1, 0.338, 0), com d estimado pelo método de Geweke & Porter-Hudak (1983). Note também que ambos os modelos de memória longa são superiores aos modelos ARMA e ARIMA (com uma raiz unitária) em todos os casos. Concluímos destes resultados que previsões da dinâmica inflacionária brasileira medida pelo IPCA pós-Plano Real podem ser significativamente melhoradas considerando um processo de longa dependência (memória longa) aos dados.

É interessante observar na Tabela 4 que as duas medidas de desempenho de previsão consideradas (MSE e MAPE) apontam para uma mesma direção, isto é: para curtos horizontes de previsão ($h = 1, 4$), as melhores previsões foram obtidas de um modelo ARFIMA(0, d , 1), onde o parâmetro de integração fracionária é estimado pelo método de Reisen (1994); por outro lado, para horizontes de previsão intermediário ($h = 8, 12$) e longo ($h = 20$), as melhores previsões foram para o

Tabela 4 - Desempenho de previsão.

Modelo selecionado				
GPH (1983)		Reisen (1994)		
ARFIMA(1, 0.338, 0)		ARFIMA(0, 0.491, 1)		
h	MSE	MAPE (%)	MSE	MAPE (%)
1	0.126	17.067	0.121	16.380
4	0.051	45.004	0.049	43.296
8	0.024	29.935	0.025	31.656
12	0.023	29.389	0.035	32.756
20	0.043	41.560	0.076	49.183
ARMA(1, 2)		ARIMA(1, 1, 2)		
h	MSE	MAPE (%)	MSE	MAPE (%)
1	0.131	46.984	0.150	52.410
4	0.054	73.724	0.056	57.503
8	0.035	59.622	0.030	38.255
12	0.060	77.461	0.046	36.430
20	0.114	127.634	0.081	72.353

modelo ARFIMA(1, d , 0), com d estimado pelo método de Geweke & Porter-Hudak (1983). Estes resultados mostram, na realidade, que a escolha do método de estimação para o parâmetro d tem efeito significativo sobre o grau dos polinômios auto-regressivo e de médias móveis, e como mostrado na Tabela 4, na qualidade das previsões. Por exemplo, para $h = 20$ (vinte meses a frente), as medidas MSE e MAPE, quando d é estimado pelo método de Geweke & Porter-Hudak (1983), são 44% e 16% menores que o MSE e MAPE, respectivamente, do modelo ARFIMA com d estimado pelo método de Reisen (1994).

3.2.3 Erros GARCH(r, s)

Em modelos de séries temporais do tipo ARMA (ARIMA ou ARFIMA) assume-se, usualmente, que a variância da série é constante. Essa suposição, no entanto, pode ser restritiva. Engle (1982) propõe que se houver uma relação entre o quadrado do erro do modelo e seus valores defasados, o processo de estimação deve considerar uma estrutura de modelagem para o erro da forma ARCH (“autoregressive conditional heteroscedasticity”), ou seja,

$$\epsilon_t = \sqrt{h_t} \nu_t,$$

com

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^r \alpha_i \epsilon_{t-i}^2,$$

em que $\nu_t \sim iid(0, \sigma_\nu^2)$, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$, $i = 1, 2, \dots, r$. Usualmente, assume-se que $\nu_t \sim N(0, 1)$ ou $\nu_t \sim t_g$ (t de Student com g graus de liberdade). Bollerslev (1986)

estendeu essa abordagem para um tratamento generalizado da variância condicional do erro (modelo GARCH). Segundo Bollerslev (1986), em muitas aplicações dos modelos ARCH(r), há necessidade de grandes valores de r para evitar problemas de variâncias negativas, conseqüentemente, uma defasagem fixa deve ser imposta (Engle, 1982).

Os modelos ARCH(r), como normalmente possuem grandes valores para r , mantêm elevadas persistências (Engle & Bollerslev, 1986). Já os modelos GARCH(r, s) podem ser classificados como uma extensão dos modelos ARCH e constituem uma tentativa de expressar de forma parcimoniosa a dependência temporal da variância condicional. O modelo GARCH(r, s) é dado com segue:

$$\epsilon_t = \sqrt{h_t} \nu_t,$$

com

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^r \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j h_{t-j},$$

em que $\nu_t \sim iid(0, \sigma_\nu^2)$, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$, $\beta_j \geq 0$ ($i = 1, 2, \dots, r$ e $j = 1, 2, \dots, s$), $\sum_{k=1}^m (\alpha_k + \beta_k) < 1$, sendo $m = \max(r, s)$. Usualmente, como no modelo ARCH, assume-se que $\nu_t \sim N(0, 1)$ ou $\nu_t \sim t_g$ (t de Student com g graus de liberdade); veja Enders (2004) para mais detalhes.

Para verificar se a série apresenta heteroscedasticidade condicional, podemos utilizar dois testes: (i) teste de Box–Pierce modificado (Ljung & Box, 1978); (ii) teste de multiplicadores de Lagrange (ML) de Engle (1982). No primeiro caso, aplica-se o teste de Box–Pierce modificado ao quadrado dos resíduos e verifica-se se há correlação serial entre os mesmos. A rejeição da hipótese nula (não correlação serial) em algumas defasagens indica uma possível presença de heteroscedasticidade condicional.

No segundo caso, teste ML de Engle (1982), faz-se uma regressão dos quadrados dos resíduos, denotados por $\hat{\epsilon}_t^2$, com um termo constante e r valores defasados $\hat{\epsilon}_{t-1}^2, \dots, \hat{\epsilon}_{t-r}^2$, isto é, estima-se uma regressão da forma

$$\hat{\epsilon}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\epsilon}_{t-1}^2 + \alpha_2 \hat{\epsilon}_{t-2}^2 + \dots + \alpha_r \hat{\epsilon}_{t-r}^2,$$

com $t = r + 1, r + 2, \dots, n$, sendo n o tamanho da amostra. A estatística de teste é dada por

$$U = nR^2 \overset{A}{\sim} \chi_r^2,$$

$\overset{A}{\sim}$ denotando aproximadamente distribuído (quando n é grande), e R^2 é o coeficiente de determinação (isto é, o usual R^2) da regressão anterior. Assim, se U é suficientemente grande, rejeitamos a hipótese nula que α_1 até α_r são conjuntamente iguais a zero (ou seja, $H_0: \alpha_i = 0$, para todo $i = 1, 2, \dots, r$), sendo isto equivalente a rejeitar a hipótese nula de ausência de erros ARCH; veja Enders (2004, pág. 119).

Com o objetivo de verificar se a série IPCA pós-Plano Real deve ser modelada (ajustada) utilizando uma estrutura autoregressiva com heteroscedasticidade

condicional aos erros (ARCH), aplicamos os testes descritos acima ao quadrado dos resíduos dos dois modelos ARFIMA apresentados na Seção 3.2.2. Na Tabela 5 apresentamos os resultados do teste de Box–Pierce modificado considerando diferentes valores para as defasagens.

Tabela 5 - Teste de Box–Pierce modificado para o quadrado dos resíduos.

Defasagens (lags)	GPH (1983) ARFIMA(1, d , 0)	Reisen (1994) ARFIMA(0, d , 1)	Valor Crítico 5%
1	0.3073	0.1267	3.84
4	4.3551	5.0222	9.49
8	6.4106	7.7381	15.51
12	9.0734	10.5525	21.03
16	9.5002	11.1423	26.30
20	10.8808	12.1959	31.41
24	11.3722	12.6896	36.42

Note, na Tabela 5, que em todos os casos os valores das estatísticas de teste foram menores que os correspondentes valores críticos, ou seja, em nenhum dos casos, a hipótese nula de não correlação serial foi rejeitada, indicando que não há presença de heteroscedasticidade condicional. De acordo com este teste, os dados podem ser modelados sem considerar uma estrutura ARCH (GARCH) aos erros do modelo.

A fim de confirmar os resultados da Tabela 5, aplicamos o teste ML de Engle (1982) nos quadrados dos resíduos dos dois modelos ARFIMA considerando diferentes valores para r (defasagens). Os resultados deste teste estão apresentados na Tabela 6. Note, nesta tabela, que em todos os casos os valores das estatísticas de teste foram menores que os correspondentes valores críticos, ou seja, em nenhum dos casos há indícios de heteroscedasticidade condicional.

Tabela 6 - Teste ML de Engle (1982).

Defasagens (r)	GPH (1983) ARFIMA(1, d , 0)	Reisen (1994) ARFIMA(0, d , 1)	Valor Crítico 5%
1	0.3154	0.1316	3.84
4	2.2417	2.1989	9.49
8	3.8910	4.3157	15.51
12	6.5990	7.0980	21.03
16	6.2798	7.2027	26.30
20	7.8215	8.1684	31.41

Portanto, de acordo com os resultados dos testes de Box–Pierce modificado e ML de Engle (1982) apresentados nas Tabelas 5 e 6, respectivamente, chegamos

à conclusão de que não há necessidade de se considerar uma estrutura ARCH (GARCH) aos erros. Ou seja, os dados do processo inflacionário brasileiro, medido pelo Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo – IPCA pós-Plano Real, podem ser modelados sem considerar uma estrutura particular (ARCH ou GARCH) aos erros do modelo no processo de estimação.

4 Conclusões

O Brasil tem sido freqüentemente citado como um país onde o processo inflacionário é impulsionado principalmente pela componente inercial, e como conseqüência, tradicionais políticas fiscais e monetárias para conter a inflação falhariam. Alguns artigos, utilizando o índice conhecido como IGP-DI, identificaram alguma inércia na dinâmica inflacionária no país. Em particular, Cati et al. (1999) encontraram que a inflação no Brasil é quase inteiramente orientada por inércia. Por outro lado, Reisen et al. (2003) mostraram que a dinâmica inflacionária é livre de inércia. Neste artigo, utilizando o índice conhecido como IPCA, pós-Plano Real, nossos resultados sugerem, entretanto, que não existe inércia na inflação neste país. Ao invés disso, o processo inflacionário pós-Plano Real medido pelo IPCA apresenta características de longa dependência (memória longa). Em resumo, leva-se um longo período de tempo para choques na inflação desaparecerem, mas eles conseqüentemente desaparecerão. Isto é, os choques na inflação pós-Plano Real não são (totalmente ou parcialmente) persistentes.

É importante salientar acerca do processo inflacionário brasileiro que o Plano Real, além de reduzir a taxa de inflação a níveis baixos, conseguiu eliminar o grau de inércia inflacionária da economia. No período pós-Plano Real, mesmo com o comportamento instável do sistema cambial, agravado no ano de 2002, e mesmo havendo algumas observações atípicas, ocorreu uma mudança estrutural na dinâmica da inflação, que adquiriu, de acordo com nossos resultados, um caráter estacionário e livre da componente inercial.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro concedido pela FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo) e CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior). Também agradecemos dois pareceristas pelos comentários e valiosas sugestões.

LEMONTE, A. J.; ABENSUR, T. C.; LIMA, R. C. Analysis of the inflationary dynamic post-Brazilian Real Plan as a process of long memory. *Rev. Bras. Biom.*, São Paulo, v.26, n.1, p.51-66, 2008.

- **ABSTRACT:** Some authors have argued that the inflationary dynamics in Brazil follows a process of unit root. Indeed, Cati et al. (*Journal of Applied Econometrics*, 1999) showed that inflationary dynamics in Brazil is almost completely inertial. Moreover, Reisen et al. (*Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, 2003) showed that the Brazilian inflationary process is free of inertia. In these two studies, the authors used the index known as IGP-DI (‘Índice Geral de Preços, Disponibilidade Interna’) considering the full range. In this article, we studied the dynamic Brazilian inflationary after the implementation of the Real Plan in 1994, considering the index known as IPCA (‘Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo’). We estimate the fractional differencing parameter using an ARFIMA specification for the inflation rate in that country and our results suggest that the inflationary dynamics are better modeled by a long memory process than by a unit root mechanism, thus implying that there is no inertia in inflation.
- **KEYWORDS:** ARFIMA models; inflation inertia; inflationary dynamics.

Referências

- BERAN, J. *Statistics for long memory processes*. New York: Chapman and Hall, 1994. 331p.
- BAILLIE, R.; CHUNG, C. F.; TIESLAU, M. A. Analyzing inflation by the fractionally integrated ARFIMA-GARCH model. *J. Appl. Econom.*, v.11, p.23-40, 1996.
- BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity. *J. Econom.*, v.31, p.307-327, 1996.
- CAMPÊLO, A. K.; CRIBARI-NETO, F. Inflation inertia and inliers: the case of Brazil. *Rev. Bras. Econ.*, v.57, p.713-739, 2003.
- CATI, R. C.; GARCIA, M. G. P.; PERRON, P. Unit roots in the presence of abrupt governmental interventions with an application to Brazilian data. *J. Appl. Econ.*, v.14, p.27-56, 1999.
- CRIBARI-NETO, F.; ZARKOS, S. G. R. Yet another econometric programming environment. *J. Appl. Econ.*, v.14, p.319-329, 1999.
- DOORNIK, J. A. *Objected-oriented matrix programming using Ox*. London: Timberlake Consultants Press, 2006. 257p.
- DUREVALL, D. The dynamics of chronic inflation in Brazil, 1968-1985. *J. Devel. Econ.*, v.42, p.89-110, 1998.
- ENDERS, W. *Applied econometrics time series*. New York: John Wiley and Sons, 2004. 452p.
- ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, v.50, p.987-1007, 1982.
- ENGLE, R. F.; BOLLERSLEV, T. Modeling the persistence conditional variance (with discussion). *Econometrics Reviews*, v.5, p.1-50, 1986.

- FIGUEIREDO, E. A.; MARQUES, A. M. Inflação inercial como um processo de longa memória: análise a partir de um modelo ARFIMA-FIGARCH. In: 7ª SEMANA ACADÊMICA INTEGRADA, 8.,2007, Rio Grande do Sul. *Proceedings...* Santa Maria: Centro de Ciências Naturais e Exatas, Universidade Federal de Santa Maria, 2007. p.1–19.
- GEWEKE, J.; PORTER-HUDAK, S. The estimation and application of long memory time series model. *J. Time Series Analysis*, v.4, p.221–238, 1983.
- HOSKING, J. Fractional differencing. *Biometrika*, v.68, p.165–176, 1981.
- HURVICH, C. M.; DEO, R. S. Plug-in selection of the number of frequencies in regression estimates of the memory parameter of a long memory time series. *J. Time Series Analysis*, v.20, p.331–341, 1999.
- KWIATKOWSKI, D.; PHILLIPS, P. C. B.; SCHMIDT, P.; SHIN, Y. Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root. *J. Econom.*, v.54, p.154–178, 1992.
- LJUNG, G. M.; BOX, G. E. P. On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika*, v.65, p.553–564, 1978.
- LOPES, S. R. C.; OLBERMANN, B. P.; REISEN, V. A. Non-stationary Gaussian ARFIMA process: estimation and Application. *Braz. Review of Econometrics*, v.22, p.103–126, 2002.
- LOPES, S. R. C.; OLBERMANN, B. P.; REISEN, V. A. A comparison of estimation methods in non-stationary ARFIMA process. *J. Stat. Comput. Simul.*, v.74, p.339–347, 2004.
- MAIA, A. L. S.; CRIBARI-NETO, F. Dinâmica inflacionária brasileira: resultados de auto-regressão quantílica. *Rev. Bras. de Economia*, v.60, p.153–165, 2006.
- NOVAES, A. D. Revisiting the inertial inflation hypothesis for Brazil. *J. Devel. Econ.*, v.42, p.89–110, 1993.
- PHILLIPS, P. C. B.; PERRON, P. Testing for a unit root in time series regression. *Biometrika*, v.75, p.335–346, 1988.
- PRIESTLEY, M. B. *Spectral analysis and time series*. London: Academic Press, 1982. 887p.
- REISEN, V. A. Estimation of the fractional difference parameter in the ARIMA(p, d, q) model using the smoothed periodogram. *J. Time Series Analysis*, v.15, p.335–350, 1994.
- REISEN, V. A.; ABRAHAM, B.; LOPES, S. Estimation of the parameters in ARFIMA model process. *Communication in Statistics, Simulation and Computation*, v.30, p.787–803, 2001.
- REISEN, V. A.; CRIBARI-NETO, F.; JENSEN, M. J. Long memory inflationary dynamics: the case of Brazil. *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, v.7, p.1–16, 2003.

SAID, S.; DICKEY, D. Testing for unit roots in autoregressive moving average models of unknown order. *Biometrika*, v.71, p.599–608, 1984.

SCHWERT, G. Tests for unit roots: a Monte Carlo investigation. *J. Business and Economic Statistics*, v.7, p.147–159, 1989.

SIMONSEN, M. H. Price stabilization and income policies: Theory and the Brazilian case study. In: BRUNO, M.; DI TELLA, G.; DORNBUSCH, R.; FISHER, S. (Eds.), *Inflation stabilization: The Experiences of Israel, Argentina, Brazil, Bolivia, and Mexico*, 1988. MIT Press, Cambridge.

Recebido em 25.02.2008.

Aprovado após revisão em 15.04.2008.