

## MÉTODO “RIDGE” EM MODELO DE SUPERFÍCIE DE RESPOSTA: OTIMIZAÇÃO DE CONDIÇÕES EXPERIMENTAIS NA ELABORAÇÃO DE DOCE DE GOIABA

Elcio do Nascimento CHAGAS<sup>1</sup>  
Camila Carvalho MENEZES<sup>2</sup>  
Marcelo Angelo CIRILLO<sup>3</sup>  
Soraia Vilela BORGES<sup>4</sup>

- RESUMO: A metodologia de superfície de resposta é geralmente aplicada em experimentos industriais para encontrar condições ótimas para fatores de delineamento. O método “Ridge” tem como finalidade a obtenção de melhores resultados para a análise de regressão em que o problema da multicolinearidade numa amostra está presente, afetando seriamente as estimativas obtidas pelo método usual de mínimos quadrados. Este método fornece estimativas do vetor de parâmetros com menor comprimento que aquelas obtidas pelo método de mínimos quadrados. O objetivo desse trabalho foi mostrar uma aplicação para o método de “Ridge”. Utilizou-se os resultados da análise de atividade de água obtidos em um experimento de otimização de doce de goiaba em massa. Os pontos experimentais foram analisados pela metodologia de superfície de resposta (RMS) segundo Box & Draper (1997). O trabalho mostrou que o Método “Ridge” tem boa aplicação em casos em que existe o problema da multicolinearidade. A maior adição de açúcar promoveu uma redução da atividade de água dos doces auxiliando, principalmente, na manutenção da qualidade microbiológica do produto.
- PALAVRAS-CHAVE: Método “Ridge”; multicolinearidade; atividade de água.

### 1 Introdução

A metodologia de superfície de resposta (MSR) é geralmente aplicada em experimentos industriais para encontrar condições ótimas para fatores de delineamento. É atualmente, o mais popular conjunto de técnicas para otimização, sendo composta de duas etapas: modelagem e deslocamento. A primeira ajusta modelos lineares ou quadráticos a resultados experimentais obtidos de planejamentos experimentais. A segunda busca o caminho de máxima inclinação de um determinado modelo, que é o caminho onde a resposta varia de forma mais pronunciada (Barros Neto et al., 2003).

---

<sup>1</sup> Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, Universidade Federal de Lavras - UFLA, CEP: 37200-000, Lavras, MG, Brasil. E-mail: *enchagas@gmail.com*.

<sup>2</sup> Programa de Pós-Graduação em Ciência dos Alimentos, Universidade Federal de Lavras - UFLA, CEP: 37200-000, Lavras, MG, Brasil. E-mail: *camilacarvalhomenezes@yahoo.com.br*

<sup>3</sup> Departamento de Ciências Exatas, Universidade Federal de Lavras - UFLA, CEP: 37200-000, Lavras, MG, Brasil. E-mail: *marcelocirillo@hotmail.com*.

<sup>4</sup> Departamento de Ciência dos Alimentos, Universidade Federal de Lavras - UFLA, CEP: 37200-000, Lavras, MG, Brasil. E-mail: *sborges@ufla.br*.

Segundo Hoerl (1985), o método “Ridge” de análise em superfície de resposta, foi originalmente introduzido por Hoerl (1959) para examinar superfícies de resposta quadráticas k-dimensionais. Basicamente é um método gráfico e de inferência sobre os níveis ótimos de um fator de uma superfície de resposta a distâncias fixas do centro da região experimental especificada. Hoerl & Kennard (1970a) propuseram a utilização do método de regressão “Ridge” que é um método alternativo ao de mínimos quadrados no caso de multicolinearidade em uma amostra.

O desenvolvimento de novos produtos, além de considerações técnicas, legais e mercadológicas, requer também processos de otimização que possam buscar melhores condições de processamento e formulação, com alta qualidade e baixo custo (Castro et al., 2003). Uma das maiores dificuldades da indústria de alimentos é o controle de contaminação por microrganismos e a água livre, ou seja, a atividade de água desses produtos está diretamente relacionada à conservação de produtos alimentícios. De um modo geral, os fungos filamentosos e as leveduras crescem em intervalo de atividade de água mais amplo do que as bactérias. Para o crescimento de qualquer tipo de bactéria, o valor requerido é 0,75 (bactérias halófilas), enquanto que as leveduras osmófilas e os fungos xerofílicos são capazes de se desenvolverem em atividade de água 0,61 e 0,65, respectivamente (Silva, 1997). De acordo com Franco & Landgraf (1996) a umidade relativa de doce de frutas é de 70 a 80% ou atividade de água ( $a_w$ ) 0,7 a 0,8. Assim, no processo de otimização do doce de goiaba em massa é desejável que a  $a_w$  encontre-se, no mínimo, dentro desses limites.

Em virtude do que foi mencionado, este trabalho propôs mostrar uma aplicação para o método de estimação “Ridge” utilizando os resultados do estudo realizado sobre a análise de atividade de água em um experimento de otimização de doce de goiaba em massa.

## 2 Metodologia

### 2.1 O estimador Ridge

Para ilustrar o método, considerou-se o modelo

$$y = X\beta + \varepsilon \quad (1)$$

em que  $y$  é o vetor de observações, de dimensão  $(n \times 1)$ ,  $X$  é a matriz das variáveis independentes, de dimensão  $(n \times p)$ ,  $\beta$  é o vetor dos parâmetros a serem estimados, de dimensão  $(p \times 1)$  e  $\varepsilon$  é o vetor dos erros, de dimensão  $(n \times 1)$ .

Assume-se que  $X$  tem posto  $p$  de modo que

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'y \quad (2)$$

seja a melhor estimativa não viesada de  $\beta$ . Entretanto, segundo Myers & Montgomery (2002), não é necessariamente a melhor estimativa para ser utilizada na prática devido ao fato da multicolinearidade afetar, principalmente, a estabilidade dos coeficientes de regressão quando as variáveis independentes são excessivamente autocorrelacionadas.

Com o objetivo de evitar a influência das unidades de medidas das variáveis, utilizam-se nos cálculos as variáveis normalizadas de forma que  $X^t X$  e  $X^t y$  sejam matrizes de correlações simples.

Sendo  $z_j$  a  $j$ -ésima observação da variável dependente, o valor do  $j$ -ésimo vetor  $y$  é

$$y_j = \frac{z_j - \bar{z}}{\sqrt{\sum (z_j - \bar{z})^2}} \quad (3)$$

De forma análoga, se  $v_{ij}$  é a  $j$ -ésima observação da  $i$ -ésima variável independente, tem-se

$$x_{ij} = \frac{v_{ij} - \bar{V}_i}{\sqrt{\sum (v_{ij} - \bar{V}_i)^2}} \quad (4)$$

em que  $i = 1, \dots, p$   $j = 1, \dots, n$ .

Se  $\hat{\beta}$  e  $\hat{\beta}^*$  são as estimativas de  $\beta$  e  $\beta^*$  que são os coeficientes de regressão para as equações com as variáveis na forma original e normalizada, respectivamente, pode-se verificar que

$$\hat{\beta} = \hat{\beta}^* \frac{\sqrt{\sum (z_i - \bar{z})^2}}{\sqrt{\sum (v_{ij} - \bar{V}_i)^2}} \quad (5)$$

Para resolver o problema da multicolinearidade, Hoerl & Kennard (1970a) propuseram o uso da regressão "Ridge" que tem como estimativas dos coeficientes de regressão a solução do sistema  $(X^t X + kI_p) \hat{\beta}^* = X^t y$ , ou seja,

$$\hat{\beta}^* = (X^t X + kI_p)^{-1} X^t y \quad (6)$$

O estimador "Ridge" é obtido aumentando-se os elementos da diagonal principal da matriz  $X^t X$  para uma escala dos valores de  $k$  escolhido arbitrariamente. Pelo fato de  $X^t X$  e  $X^t y$  estarem na forma de matrizes de correlações simples, em geral, somente se consideram valores de  $k$  no intervalo  $0 \leq k \leq 1$ .

Os estimadores "Ridge" sempre produzirão, com um valor apropriado de  $k$ , uma estimativa com menor esperança da soma de quadrados dos resíduos da regressão, embora sejam viesadas. Assim, se  $\beta^t \beta$  é limitado, existe um valor de  $k$  para o qual  $E\left[(\hat{\beta}^* - \beta)^t (\hat{\beta}^* - \beta)\right] < E\left[(\hat{\beta} - \beta)^t (\hat{\beta} - \beta)\right]$  (Hoerl & Kennard, 1970a).

A multicolinearidade pode acarretar sérios efeitos nas estimativas dos coeficientes de regressão e na aplicabilidade geral do modelo estimado. Uma das formas de medi-la é utilizar o fator de Inflação da variância ("Variance Inflation Factor" - VIF), definido a seguir.

Considerando as variáveis normalizadas, a matriz de covariância de  $\hat{\beta}^*$  é dada por

$$V(\hat{\beta}^*) = (X^t X)^{-1} \sigma^2 \quad (7)$$

Os elementos da diagonal de (7) são as variâncias  $\hat{\beta}_0^*, \hat{\beta}_1^*, \dots, \hat{\beta}_p^*$  e os elementos fora da diagonal dessa matriz são as covariâncias.

Seja  $X$  a matriz  $p \times p$  sem a coluna de  $\mathbf{1}$  correspondente ao intercepto

$$C = (X^t X)^{-1} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1p} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{p1} & C_{p2} & \dots & C_{pp} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$V(\hat{\beta}_j^*) = C_{jj} \sigma^2 \quad j = 1, \dots, p \quad (9)$$

Os elementos da diagonal da matriz em (8), podem ser escritos como

$$C_{jj} = \frac{1}{(1 - R_j^2)} \quad j = 1, \dots, p \quad (10)$$

sendo  $R_j^2$  o coeficiente de correlação múltipla, resultante da regressão de  $X_j$  nos outros  $p-1$  regressores. Quanto mais forte for a dependência linear de  $X_j$  nos regressores restantes e, por conseguinte mais forte a colinearidade, maior será o valor de  $R_j^2$ . Logo, diz-se que a  $V(\hat{\beta}_j^*)$  é “inflacionada” pela quantidade  $(1 - R_j^2)^{-1}$ . Dessa maneira, define-se o VIF a para  $\hat{\beta}_j^*$  como

$$VIF(\hat{\beta}_j^*) = \left( \frac{1}{1 - R_j^2} \right) \quad (11)$$

Quanto maior for o VIF, mais severa será a multicolinearidade. Alguns autores sugeriram que para um  $VIF > 10$ , a multicolinearidade será um problema. Outros autores consideram esse valor muito liberal e sugerem que o VIF não deve exceder 4 ou 5 (Myers & Montgomery, 2002).

O traço “Ridge” proposto por Hoerl & Kennard (1970a), é um gráfico bidimensional do valor de cada coeficiente versus  $k$ , mostrando como os valores de  $\hat{\beta}_j^*$  variam em função dos valores de  $k$ . Por meio desse gráfico podem-se analisar os efeitos da multicolinearidade sobre as estimativas dos parâmetros, mas a principal finalidade da construção deste é a escolha do valor de  $k$  com o qual se obterá a regressão estimada. O objetivo é escolher um valor de  $k$  a partir do qual as estimativas dos parâmetros sejam relativamente estáveis gerando uma série de coeficientes com menor soma dos quadrados do resíduo do que a solução de mínimos quadrados. Uma sugestão é iniciar com valores pequenos de  $k$  e ir aumentando gradativamente até que os coeficientes se estabilizem. Na

medida em que se aumenta o valor de k, a soma de quadrados do resíduo também aumentará.

Hoerl & Kennard (1970b) ilustram a utilização desse gráfico com dois exemplos. No desenvolvimento dos modelos pelo método proposto, evidencia-se a instabilidade acentuada e superestimação dos parâmetros em função da presença de multicolinearidade.

Marquardt & Snee (1975) ressaltam o traço “Ridge” como sendo uma das maiores vantagens da regressão “Ridge”, pois auxilia o pesquisador visualizar quais coeficientes são sensíveis aos dados, tornando a análise de sensibilidade um aspecto importante da regressão.

## 2.2 Exemplo utilizado para aplicação do método - Análise de atividade de água do doce de goiaba em massa

Para a elaboração dos doces empregou-se um delineamento fatorial  $2^3$  completo, com 3 variáveis independentes em 2 níveis equidistantes e 3 repetições no ponto central.

Os pontos experimentais foram analisados pela metodologia de superfície de resposta segundo Box & Draper (1987). Para isso, foram consideradas as variáveis independentes nas seguintes proporções: polpa/açúcar (50:50 e 60:40); concentração de sorbato de potássio (0 g/kg e 1 g/kg) e concentração de ácido cítrico (0% e 0.5%).

A atividade de água foi determinada utilizando-se equipamento Aqua Lab modelo CX-2. As amostras, aproximadamente 5g, foram dispostas em recipientes plásticos com tampas e as leituras foram realizadas em temperatura controlada de  $25,0 \pm 0,1^\circ\text{C}$ .

Os valores originais e os normalizados para os ensaios e as respostas ( $a_w$ ) encontram-se sumarizados na Tabela 1.

Na representação do ajuste dos valores de respostas  $a_w$  utilizou-se o modelo quadrático em termos de valores normalizados, em que

$$\hat{y} = \hat{\beta}_1^* X_1 + \hat{\beta}_2^* X_2 + \hat{\beta}_3^* X_3 + \hat{\beta}_{12}^* X_1 X_2 + \hat{\beta}_{13}^* X_1 X_3 + \hat{\beta}_{23}^* X_2 X_3 + \hat{\beta}_{11}^* X_1^2$$

Tabela 1 - Planejamento fatorial  $2^3$  completo e atividade de água do doce de goiaba em massa

	Valores originais (%)				Valores normalizados			
	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$z$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$y$
1	60	0,10	0,50	0,75	0,35	0,35	0,35	0,25
2	50	0,10	0,50	0,68	-0,35	0,35	0,35	-0,54
3	60	0,00	0,50	0,76	0,35	-0,35	0,35	0,31
4	50	0,00	0,50	0,71	-0,35	-0,35	0,35	-0,24
5	60	0,10	0,00	0,75	0,35	0,35	-0,35	0,24
6	50	0,10	0,00	0,68	-0,35	0,35	-0,35	-0,52
7	60	0,00	0,00	0,74	0,35	-0,35	-0,35	0,08
8	50	0,00	0,00	0,75	-0,35	-0,35	-0,35	0,26
9	55	0,05	0,25	0,75	0,00	0,00	0,00	0,26
10	55	0,05	0,25	0,71	0,00	0,00	0,00	-0,18
11	55	0,05	0,25	0,73	0,00	0,00	0,00	0,08

$X_1$  = Polpa;  $X_2$  = Sorbato;  $X_3$  = Ácido;  $y = (a_w)$

### 3 Resultados e discussão

Em termos de variáveis normalizadas, o modelo ajustado pelo método dos mínimos quadrados é dado pela equação

$$\hat{y} = 4,22X_1 - 4,97X_2 - 3,15X_3 + 4,58X_1X_2 + 2,99X_1X_3 + 0,15X_2X_3 - 4,23X_1^2$$

Considerando as variáveis originais, o modelo ajustado foi

$$\hat{z} = 0,028V_1 - 3,14V_2 - 0,397V_3 + 0,052V_1V_2 + 0,007V_1V_3 + 0,22V_2V_3 - 0,0002V_1^2$$

em que  $V_1$ ,  $V_2$  e  $V_3$  correspondem aos níveis de polpa, sorbato de potássio e ácido cítrico, respectivamente.

A Figura 1, onde se refere à relação entre os fatores ácido cítrico e polpa/açúcar, ilustra a representação gráfica do modelo quadrático para mínimos quadrados cuja superfície indica um ponto de sela, ou seja, este ponto pode estar sendo influenciado por um *outlier*.

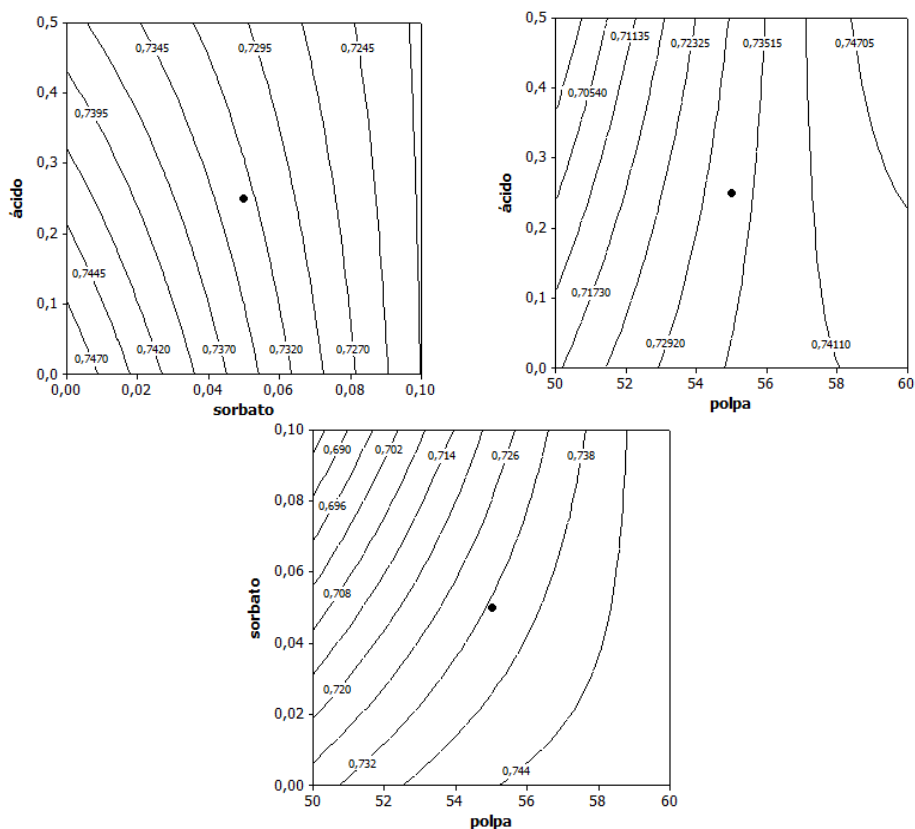


Figura 1 - Gráficos de contorno obtido pelo método de mínimos quadrados mostrando o efeito das concentrações de polpa, de sorbato de potássio e ácido cítrico sobre o valor da atividade de água dos doces de goiaba.

Os resultados apresentados na Tabela 2 apontam a existência de multicolinearidade, prejudicando as estimativas dos parâmetros. Portanto, os altos valores de VIF encontrados para as estimativas dos coeficientes de regressão correspondentes às proporções de polpa, sorbato de potássio e ácido cítrico indicam que estão afetados por uma multicolinearidade severa.

Tabela 2 - Valores do VIF das estimativas dos parâmetros e erro padrão, relativos à  $a_w$ , para o modelo de mínimos quadrados

<i>Termos</i>	<i>Coefficientes de regressão</i>	<i>Erro padrão</i>	<i>VIF</i>
$\hat{\beta}_1^*$	4,22	9,36	1777,7
$\hat{\beta}_2^*$	-4,97	2,54	123,0
$\hat{\beta}_3^*$	-3,15	2,54	123,0
$\hat{\beta}_{12}^*$	-4,58	2,54	123,0
$\hat{\beta}_{13}^*$	2,99	2,54	123,0
$\hat{\beta}_{23}^*$	0,15	0,40	3,0
$\hat{\beta}_{11}^*$	-4,23	9,37	1775,7

O procedimento computacional para ilustrar a aplicação do método de regressão “Ridge”, e examinar a relação com o método dos mínimos quadrados, foi implementado no programa R (R development core team, 2008).

Assim, foram obtidas as estimativas dos coeficientes de regressão para os diversos valores de k (Tabela 3) e com o auxílio do traço “Ridge” apresentado na Figura 2, determinou-se o seu valor ideal.

Tabela 3 - Coeficientes de regressão para diversos valores de k considerando as variáveis originais.

k	<i>0,002</i>	<i>0,008</i>	<i>0,016</i>	<i>0,020</i>	<i>0,026</i>	<i>0,032</i>	<i>0,128</i>	<i>0,512</i>
$\hat{\beta}_1$	0,0240	0,0232	0,0230	0,0229	0,0228	0,0228	0,0226	0,0225
$\hat{\beta}_2$	-0,2348	-0,0621	-0,0314	-0,0252	-0,0194	-0,0158	-0,0040	-0,0010
$\hat{\beta}_3$	-0,2619	-0,1316	-0,0791	-0,0660	-0,0528	-0,0440	-0,0120	-0,0030
$\hat{\beta}_{12}$	0,0005	0,0025	0,0030	0,0031	0,0032	0,0033	0,0035	0,0035
$\hat{\beta}_{13}$	0,0045	0,0022	0,0013	0,0010	0,0008	0,0006	0,0001	0,0001
$\hat{\beta}_{23}$	0,0405	0,0106	0,0050	0,0039	0,0029	0,0024	0,0005	0,0001
$\hat{\beta}_{11}$	-0,0002	-0,0002	-0,0002	-0,0002	-0,0002	-0,0002	-0,0002	-0,0002
<b>QMR</b>	0,0007	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0009	0,0009
<b>R<sup>2</sup></b>	0,99963	0,99947	0,99944	0,99944	0,99943	0,99943	0,99941	0,99940

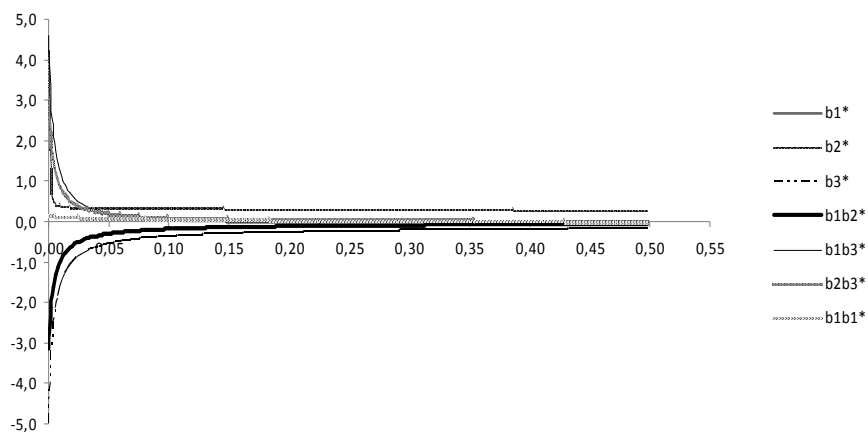


Figura 2 - Variação no valor dos coeficientes de regressão, com os valores de k para a atividade de água dos doces.

Observando-se as estimativas dos coeficientes “Ridge” para diversos valores de k (Tabela 3), nota-se que à medida que k aumenta, o QMR aumenta e o  $R^2$  diminui. O valor de k é determinado pelo ponto em que as estimativas dos coeficientes começam a se estabilizar. Uma razoável estabilidade dos coeficientes encontra-se na região  $0,008 < k < 0,026$ , sem um grande aumento no QMR ou diminuição nos valores de  $R^2$ . Por meio de observação do gráfico (Figura 2), também pode ser constatada uma relativa estabilização em  $k = 0,02$ . Sendo, este o valor utilizado na estimação da atividade de água.

O modelo de regressão “Ridge” ajustado foi

$$\hat{v} = 0,023V_1 - 0,025V_2 - 0,066V_3 + 0,003V_1V_2 + 0,001V_1V_3 + 0,004V_2V_3 - 0,0002V_1^2$$

A aplicação do método de regressão “Ridge” modificou a estrutura da representação gráfica da superfície de resposta do modelo quadrático referente ao efeito da relação entre os fatores ácido cítrico e polpa/açúcar sobre a variável resposta em estudo (Figura 3). Dessa maneira, a interpretação do gráfico de contorno fica evidente, uma vez que quanto maior a adição de polpa, maiores foram os valores de atividade de água e a adição de ácido cítrico não teve interferência na variável resposta em estudo. O açúcar é altamente higroscópico, diminuindo o teor de água livre no alimento. Torrezan et al. (1999), ao estudar o efeito da adição de solutos e ácidos em polpa de goiaba também verificaram que quanto maior a adição de sacarose, menor a atividade de água do sistema. Resultado semelhante foi relatado por Soares Júnior et al. (2003) e Policarpo et al. (2003) que avaliaram as características de doces em massa de manga e de umbu verde, respectivamente.



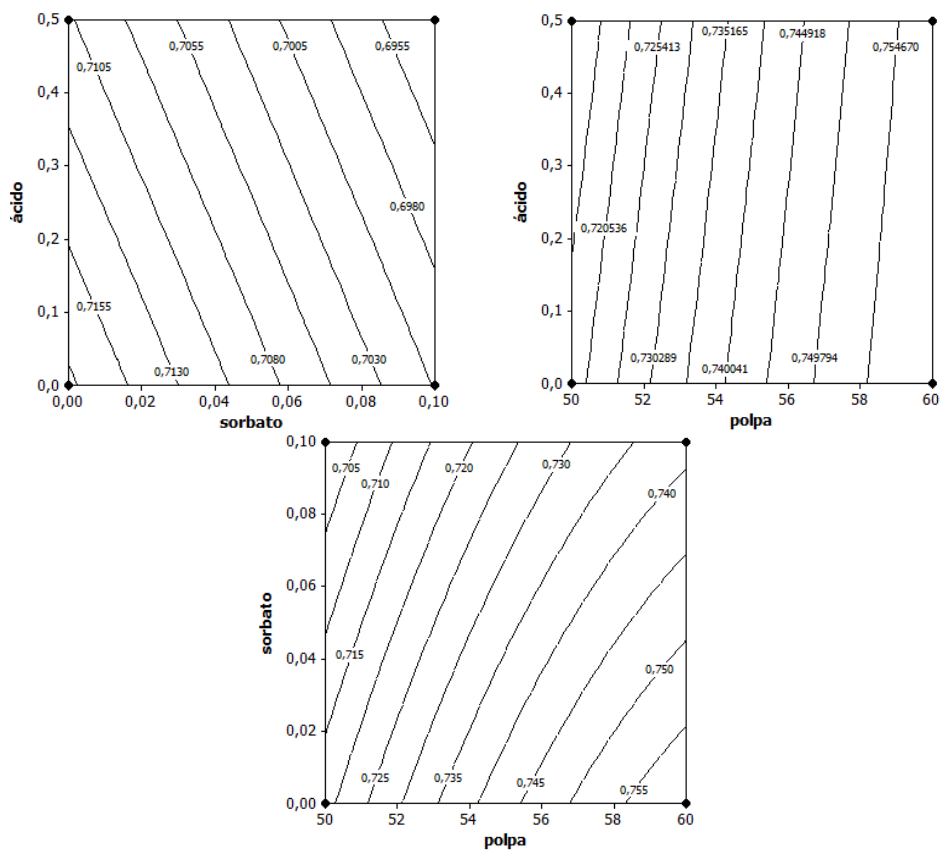


Figura 3 - Gráficos de contorno obtido pelo método “Ridge”, mostrando o efeito das concentrações de polpa, de sorbato de potássio e ácido cítrico sobre o valor da atividade de água dos doces.

### Conclusões

Conclui-se que o Método “Ridge” tem boa aplicação em casos em que existe o problema da multicolinearidade. Na prática, o método mostrou ser uma das alternativas ao método de mínimos quadrados quando se evidencia uma alto grau de multicolinearidade entre os fatores, principalmente por apresentar estimativas dos coeficientes de regressão com maior precisão.

A maior adição de açúcar promoveu uma redução da atividade de água dos doces auxiliando, principalmente, na manutenção da qualidade microbiológica do produto.

CHAGAS, E. N.; MENEZES, C. C.; CIRILLO, M. A., SORAIA VILELA BORGES, S. V. Ridge method response surface model: optimization of experimental conditions in the elaboration of preserve of guava. *Rev. Bras. Biom.*, São Paulo, v.27, n.1, p.71-81, 2009.

- **ABSTRACT:** *The response surface methodology is usually applied in industrial experiments to find optimum conditions for design factors. The purpose of Ridge method is the obtaining of better results for the regression analysis where the multicollinearity problem in a sample is present, severally affecting the estimates obtained by the usual least squares method. This method supplies estimates of the vector of parameters with smaller length than those obtained by the least squares method. This paper aims to show an application for the Ridge method. We used the results of a water activity analysis obtained in an optimization experiment of preserve of guava in mass. The experimental points were analyzed by the response surface methodology (RMS) according to Box & Draper (1997). The work showed that the Ridge method has a good application when the multicollinearity problem exists. The largest addition of sugar caused a water activity reduction of the preserve and this helped in the maintenance of the quality microbiological of the product.*
- **KEYWORDS:** *Ridge method; multicollinearity; activity of water.*

## Referências

- BARROS NETO, B.; SCARMINIO, I. S.; BRUNS, R. E. *Como fazer experimentos: Pesquisa e desenvolvimento na ciência e na indústria*. 2. ed. Campinas: UNICAMP, 2003. 401p.
- BOX, G. E. P.; DRAPER, N. R. *Empirical model-building and response surfaces*. New York: Wiley, 1987.
- CASTRO, I. A.; SILVA, R. S. F.; TIRAPGUI, J.; BORSATO, D.; BONA, E. Simultaneous optimization of response variables in protein mixtures formulation: constrained simplex method approach, *Int. J. Food Sci. Techno.*, Oxford, v.38, p.103-110, 2003.
- FRANCO, B. G. M.; LANGDGRAF, M. *Microbiologia dos alimentos*. São Paulo: Atheneu, 1996. 182p.
- HOERL, A. E.; KENNARD, R. W.; BALDWIN, K.F. Ridge Regression: Some Simulations, *Commun. Stat.: Part A Theory Methods*, New York, v.4, n.2, p.105-123, 1975.
- HOERL, A.; KENNARD, R. Ridge regression: biased estimation for nonorthogonal problems. *Technometrics*, Washington, v.12, p.55-67, 1970.
- HOERL, A.; KENNARD, R. Ridge regression: applications to nonorthogonal problems. *Technometrics*, Washington, v.12, p.69-82, 1970.
- HOERL, A. E. Optimum solution of many variables equations. *Chem. Eng. Prog.*, New York, v.55, n.11, p.69-78, 1959.
- HOERL, R. W. Ridge analysis 25 years later. *Am. Stat.*, Washington, v.39, n.3, p.186-192, 1985.
- MARQUADT, D. W.; SNEE, P. R. Ridge regression in practice. *Am. Stat.*, Washington, v.29, n.1, p.3-20, 1975.

MYERS, R. H.; MONTGOMERY, D. C. *Response surface methodology: process and product optimization using designed experiments*. 2. ed. Nova York: Wiley, 2002. 798p.

POLICARPO, V. M.; ENDO, E.; FARIA, R. Q.; ANJOS, V.; BORGES, S. V.; GREGÓRIO, S. R.; CAVALCANTE, N. Efeito de aditivos sobre el color, textura y aceptación del dulce de umbu (*Spondias tuberosa*, Arr. Cam.) verde. *Alimentaria*, Madrid, n.346, p.111-115, 2003.

R Development Core Team. *R: A language and environment for statistical computing*. Vienna, 2008. Disponível em: <<http://www.r-project.org>>. Acesso em 20 out. 2008.

SILVA, N.; JUNQUEIRA, V. C. A.; SILVEIRA, N. F. A. *Manual de métodos de análises microbiológicas de alimentos*. São Paulo: Varela, 1997. 295 p.

SOARES JÚNIOR, A. M.; MAIA, A. B. R. A.; NELSON, D. L. Estudo do efeito de algumas variáveis de fabricação no perfil de texturométrico do doce de manga. *Ciênc. Tecnol. Alim.*, Campinas, v.23, n.1, p.76-80, 2003.

TORREZAN, R.; JARDINE, J. G.; VITALI, A. A. Efeito da adição de solutos e ácidos em polpa de goiaba. *Ciênc. Tecnol. Alim.*, Campinas, v.19, n.1, p.43-45, 1999.

Recebido em 04.11.2008.

Aprovado após revisão 13.05.2009.