

ESTIMAÇÃO DO RISCO SISTEMÁTICO EM MODELOS CAPM COM ERROS NORMAIS ASSIMÉTRICOS

Vinícius Quintas Souto MAIOR¹
Francisco José de Azevedo CYSNEIROS¹

- RESUMO: Os modelos de valorização de ativos de capital, CAPM (Capital Asset Pricing Model) têm sido aplicados para uma variedade de situações em finanças sob a suposição de normalidade dos erros. Em algumas situações, os retornos podem apresentar uma certa assimetria. Sendo assim, uma alternativa para contemplar essa situação é assumir distribuições na classe assimétrica tal como a normal assimétrica. Neste artigo é desenvolvida a estimação do risco sistemático em modelos CAPMs com erros distribuídos na classe normal assimétrica para explicar o excesso de retorno esperado de um conjunto de ações. Uma aplicação em que a estimativa do risco sistemático da Microsoft é comparado sob erros normais e normais assimétricos será apresentada como ilustração.
- PALAVRAS-CHAVE: CAPM; distribuição normal assimétrica; retornos assimétricos.

1 Introdução

A suposição de normalidade sempre foi muito atrativa para estudar as rentabilidades das ações em modelos de valorização de ativos de capital (CAPM). Estes modelos estabelecem uma relação funcional entre a rentabilidade esperada de um título, o retorno livre de risco e um prêmio por risco. Os modelos CAPMs têm sido aplicados a uma variedade de situações em finanças [ver, por exemplo, Ruppert (2004)], particularmente para o estudo do risco sistemático dos ativos. O risco sistemático é uma medida importante de risco tanto para analistas financeiros como para administradores de carteira. Este parâmetro tem grande importância para o cálculo do custo de capital dos fundos próprios, que é básico na avaliação de qualquer projeto ou mesmo na valorização de uma empresa [ver, por exemplo, Campbell et al. (1997)].

¹Departamento de Estatística, Universidade Federal de Pernambuco - UFPE, CEP: 50740-540, Recife, PE, Brasil. E-mail: viniciussoutomaior@gmail.com / cysneiros@de.ufpe.br

Utiliza-se, em geral, o método de mínimos quadrados para estimar o risco sistemático de uma ação. Contudo, em situações que os dados apresentam assimetria, esse método pode não ser adequado. Por outro lado, existem evidências empíricas de que as rentabilidades das ações tenham distribuições de retornos assimétricas. Extensões do modelo CAPM têm sido propostas na literatura. Por exemplo, Cademartori et al. (2003) desenvolveram os modelos CAPM com erros *t*-student aplicado no mercado de ações chileno. Galea et al. (2008) consideram o vetor de erros no modelo CAPM tendo uma distribuição elíptica. Enquanto que Paula e Cysneiros (2009) consideram cada erro ϵ_t independente e pertencente a classe de distribuições simétricas.

O objetivo principal do artigo é estender a classe de modelos CAPM, que inicialmente é baseada na suposição de normalidade dos erros, para a classe normal assimétrica.

O artigo está organizado em 5 seções. O modelo CAPM e as principais características da distribuição normal assimétrica são apresentados na segunda seção. Na Seção 3 são apresentados os materiais e métodos utilizados. Uma aplicação em que o risco sistemático é comparado sob erros com distribuição normal e normal assimétrica é dada na Seção 4. As conclusões finais são encontradas na Seção 5.

2 Referencial teórico

2.1 Modelo CAPM

O modelo CAPM foi desenvolvido independentemente por Sharpe (1964), Lintner (1965) e Mossin (1966). Este modelo estabelece uma relação funcional entre a rentabilidade esperada de um título, o retorno livre de risco e um prêmio por risco dada por

$$\begin{aligned} r_t - r_{ft} &= \alpha + \beta(r_{mt} - r_{ft}) + \epsilon_t \\ y_t &= \alpha + \beta x_t + \epsilon_t, \end{aligned} \tag{1}$$

em que r_t denota o retorno de uma ação no período t , r_{ft} indica a taxa livre de risco durante o t -ésimo período e r_{mt} é o retorno fornecido pelo mercado medido por algum índice, por exemplo, no caso do Brasil o IBOVESPA e no caso do mercado norteamericano o S&P500. Aqui, $y_t = r_t - r_{ft}$ denota o excesso de retorno de uma ação no período t e $x_t = r_{mt} - r_{ft}$ denota o excesso de retorno fornecido pelo mercado no mesmo período t . Os erros ϵ_t são considerados mutuamente independentes com distribuição $N(0, \sigma^2)$.

De posse das séries r_t , r_{ft} e r_{mt} para $t = 1, \dots, n$, é possível calcular os excessos de retornos y_t e x_t e regressar y_t em x_t para estimar os parâmetros α e β . O intercepto α é o retorno do ativo independente das flutuações do mercado, ele mede o quanto valorizado é o ativo. A hipótese de $\alpha = 0$ está testando se o ativo é valorizado corretamente de acordo com o CAPM. Se $\alpha > 0$ o ativo é subvalorizado e os retornos

são, em média, grandes. O parâmetro β mede o risco sistemático do ativo sob estudo e a recompensa por assumir este risco. Consequentemente, β é a medida de quão “agressivo” é o ativo. Portanto, se $\beta > 1$ podemos considerar o ativo agressivo, se $\beta = 1$ podemos considerar o ativo como sendo de risco médio e se $\beta < 1$ o ativo pode ser considerado de risco não agressivo.

O risco sistemático β assumido no modelo (1) é uma quantidade fixada a ser estimada, entretanto ela pode variar ao longo do tempo. Contudo, como β é uma quantidade não diretamente observável, torná-se difícil detectar mudanças ao longo do tempo. Como sugestão, Ruppert (2004, p.250), é assumido uma função suave para modelar $\beta(t)$, tal que $\beta(t) = b_0 + b_1 t$ ou, alternativamente,

$$\beta(t) = \beta + \gamma \left\{ \frac{t - (n+1)/2}{n-1} \right\}, \quad (2)$$

em que $(n+1)/2$ é o ponto médio da variável temporal $t = 1, \dots, n$. Aqui, quando $t = (n+1)/2$ temos $\beta(t) = \beta$. Além disso, γ pode ser interpretado como a mudança em β ao logo do intervalo $[1, n]$. Então, assumindo (2), tem-se o modelo de regressão múltipla

$$y_t = \alpha + \beta x_t + \gamma \left\{ \frac{t - (n+1)/2}{n-1} \right\} x_t + \epsilon_t, \quad (3)$$

em que $t = 1, \dots, n$ e ϵ_t são erros mutualmente independentes distribuídos como $\epsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$.

A validade do CAPM pode ser garantida apenas se as seguintes suposições econômicas são verdadeiras:

1. Os preços de mercado estão “em equilíbrio”. Em particular, para cada ativo, oferta igual a demanda;
2. Todos ativos têm a mesma previsão de riscos e de retornos esperados;
3. O mercado recompensa pessoas por assumir inevitável risco, mas não existe recompensa por riscos desnecessários devido à ineficiente seleção do portfólio;

Certamente ninguém acredita que quaisquer dessas suposições são exatamente verdadeiras, mas, apesar de suas falhas, o CAPM é vastamente usado em finanças e existem controvérsias sobre quão grave é realmente a evidência contra ele.

2.2 Distribuição normal assimétrica

Define-se que uma variável aleatória Y tem distribuição normal assimétrica se sua função de densidade é dada por

$$f(y; \mu, \sigma, \lambda) = (2/\sigma)\Phi(\lambda z)\phi(z),$$

em que $-\infty < y, \mu_t, \lambda < \infty, \sigma > 0, z = (y - \mu)/\sigma$, Φ é a função de distribuição acumulada da normal padrão e ϕ é a função de densidade da normal padrão. O

parâmetro λ caracteriza a forma da distribuição e também é denominado parâmetro de assimetria, pois valores negativos de λ indicam assimetria negativa e valores positivos de λ indicam assimetria positiva. A distribuição normal assimétrica se reduz à distribuição normal quando $\lambda = 0$. O fato de a distribuição normal ser um caso particular da normal assimétrica faz desta última um bom ponto de partida para o estudo teórico e empírico do impacto da assimetria nos retornos dos ativos. Será utilizada a seguinte notação: $Y \sim SN(\mu, \sigma^2, \lambda)$.

A Figura 1 ilustra o comportamento da função de densidade da distribuição normal assimétrica para alguns valores de λ .

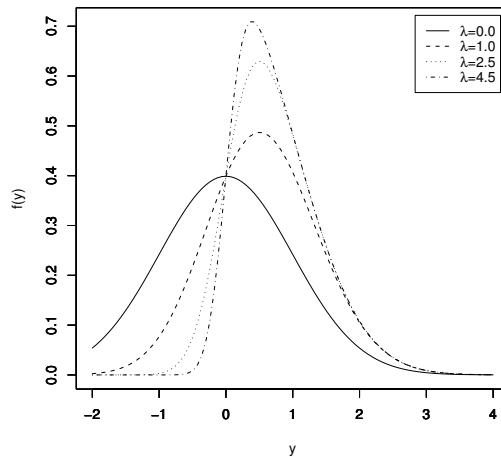


Figura 1 - Função densidade $SN(0, 1, \lambda)$, para diferentes valores de λ .

A média e a variância de Y são dadas respectivamente por

$$E(Y) = \mu + \sigma \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\lambda}{\sqrt{1 + \lambda^2}} \quad e \quad Var(Y) = \sigma^2 \left(1 - \frac{2}{\pi} \frac{\lambda^2}{1 + \lambda^2} \right).$$

O coeficiente de assimetria da distribuição normal assimétrica, dado por

$$\gamma_1 = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{4}{\pi} - 1 \right) \left(\frac{\lambda}{\sqrt{1 + \lambda^2}} \right)^3 \left(1 - \frac{2}{\pi} \frac{\lambda^2}{1 + \lambda^2} \right)^{-3/2}, \quad (4)$$

caracteriza como e quanto a distribuição se afasta da suposição de simetria da normal, sendo uma função crescente em $|\lambda|$, e se $\lambda = 0$ então $\gamma_1 = 0$. Da expressão (4) obtemos que $\gamma_1 \in [-0,99527; 0,99527]$ [ver, Azzalini (1985)].

O coeficiente de excesso de curtose, expresso por

$$\gamma_2 = \frac{8}{\pi^2} (\pi - 3) \left(\frac{\lambda}{\sqrt{1 + \lambda^2}} \right)^4 \left(1 - \frac{2}{\pi} \frac{\lambda^2}{1 + \lambda^2} \right)^{-2}, \quad (5)$$

procura caracterizar o formato da distribuição quanto ao seu achatamento, sendo menor que 0 para as distribuições platicúrticas, igual a 0 para as distribuições mesocúrticas e maior do que 0 para as distribuições leptocúrticas. Da expressão (5) obtemos que este coeficiente assume valores no intervalo $[0; 0,86869]$ [ver, Azzalini (1985)]. Assim, para $\lambda \neq 0$ a normal assimétrica é uma distribuição leptocúrtica.

A parametrização centrada para a distribuição normal assimétrica foi introduzida por Azzalini (1985) para evitar o problema de singularidade da matriz de informação de Fisher. O modelo de regressão linear normal assimétrico com parametrização centrada é dado por:

$$y_t = \alpha + \beta x_t + \omega \epsilon_i^0, \quad (6)$$

onde $\epsilon_i^0 = \frac{\epsilon_i - \mu}{\sigma}$, $\epsilon_i \sim \text{SN}(0, 1, \lambda)$, $\mu = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\lambda}{\sqrt{1+\lambda^2}}$ e $\sigma = (1 - \mu^2)^{\frac{1}{2}}$. Com esta parametrização, a média e a variância da variável resposta ficam sendo $X\beta$ e $\omega^2 I$, respectivamente. No modelo com parâmetros diretos, a média da variável resposta é $X\beta + \sigma \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\lambda}{\sqrt{1+\lambda^2}} \mathbf{1}$. Azzalini e Capitanio (1999) apresentam algumas vantagens da parametrização centrada em relação à parametrização direta. Podemos citar que a parametrização centrada remove a singularidade da informação de Fisher quando $\lambda = 0$, este fato é examinado numericamente por Azzalini (1985) e checado com detalhes analíticos por Chiogna (1997). A forma da função de verossimilhança é geralmente melhorada e isso conduz à uma convergência numérica de maximização mais rápida.

Esta distribuição permite uma flexibilidade maior incorporando uma classe mais ampla de modelos que não necessitam da suposição de simetria dos erros.

3 Materiais e métodos

O modelo CAPM de regressão múltipla, apresentado na expressão (3), foi utilizado para estimar o risco sistemático da Microsoft. Com esse propósito, considerou-se os preços de fechamento diários da Microsoft e da S&P500 no período de 2 de Novembro de 2001 a 31 de Janeiro de 2003. As taxas da T-bill foram usadas como os retornos livres de risco e divididas por 253 para se converter a uma taxa diária [ver, Ruppert (2004)]. A Figura 2 mostra a relação entre o excesso de retorno da S&P500 e o excesso de retorno da Microsoft. Pode-se notar uma forte tendência linear entre os excessos de retornos; coeficiente de correlação igual a 0,68. Todas as funções para estimação, testes de hipóteses, análise de resíduos para a classe de modelos lineares com erros normais assimétricos foram desenvolvidas a partir de programas construídos utilizando o ambiente de programação R em sua versão 2.9.0 através da *library sn*. Esta linguagem foi criada por Ross Ihaka e Robert Gentleman na Universidade de Auckland. O R se encontra disponível gratuitamente em <http://www.r-project.org>. Os códigos em R utilizados neste artigo podem ser solicitado aos autores pelo e-mail (cysneiros@de.ufpe.br).

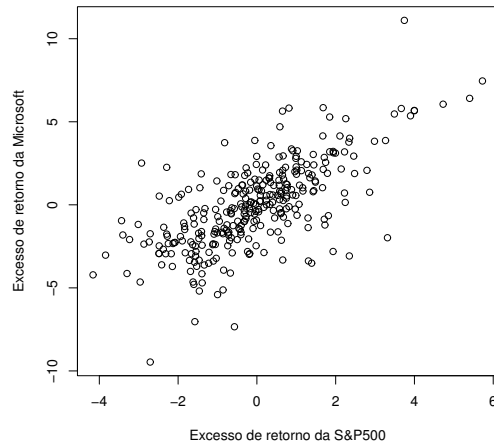


Figura 2 - Excesso de retorno da S&P500 versus excesso de retorno da Microsoft.

4 Resultados

Ajustando o modelo (3) sob a suposição de normalidade para os erros, nota-se que a hipótese $\alpha = 0$ não é rejeitada indicando que este modelo ajustado está de acordo com o CAPM, e ainda, a estimativa do parâmetro γ também não é significativa, indicando que o risco sistemático β não sofre mudanças ao longo do tempo. Assim, podemos assumir que modelo final é dado por

$$r_t - r_{ft} = \beta(r_{mt} - r_{ft}) + \epsilon_t \quad (7)$$

com $\epsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$. A estimativa de máxima verossimilhança para o risco sistemático β acima é de 1,130, com erro padrão igual a 0,069 [ver, Tabela 1]. Construindo um intervalo assintótico com 95% de confiança para o risco sistemático β , tem-se que o limite inferior é de 0,994 e o limite superior é de 1,265. Estes limites incluem o valor 1, portanto, conclui-se que o ativo pode ser considerado de risco médio, ao nível de 95% de confiança.

O gráfico normal de probabilidades com envelope do modelo ajustado sob erros normais indica que os resíduos possuem uma certa assimetria negativa [ver, Figura 3a].

Para captar essa flutuação assimétrica, ajustou-se o modelo (3) considerando a suposição para os erros pertencente à classe normal assimétrica. Nota-se que as hipóteses $\alpha = 0$ e $\gamma = 0$ não são rejeitadas. As estimativas de máxima verossimilhança são apresentadas na Tabela 1.

A Figura 3b mostra o gráfico normal de probabilidades com envelope para o modelo ajustado sob erros normais assimétricos [ver, Souza (2007)]. Podemos notar

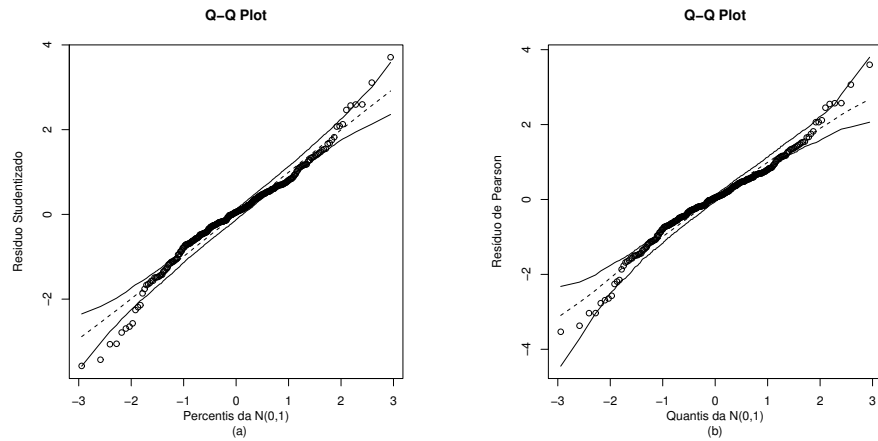


Figura 3 - Gráfico normal de probabilidades com envelope do modelo ajustado sob erros normais (a) e gráfico normal de probabilidades com envelope do modelo ajustado sob erros normais assimétricos (b).

que os pontos se comportam dentro das bandas de confiança, indicando que não há evidências contra a suposição de erros com distribuição normal assimétrica.

A estimativa de máxima verossimilhança do coeficiente de assimetria supondo os erros distribuídos na classe normal assimétrica é dada por $-0,197$, com isso, verifica-se que os retornos possuem uma certa assimetria negativa. Um intervalo assintótico com 95% de confiança para o coeficiente de assimetria é limitado inferiormente por $-0,391$ e superiormente por $-0,003$. Este intervalo não contém o valor 0, portanto, confirmando a assimetria. A estimativa de máxima verossimilhança do risco sistemático β no modelo (7) é dada por $1,136$. Construindo um intervalo assintótico com 95% de confiança para β temos que o limite inferior é $1,006$ e o limite superior é $1,267$. Este intervalo contém apenas valores maiores que 1, portanto, pode-se considerar o ativo como sendo de risco agressivo, ao nível de 95% de confiança.

Entre os modelos ajustados o que apresentou o menor valor para o Critério de Informação de Akaike (AIC) foi o modelo CAPM baseado na suposição de erros normais assimétricos.

Tabela 1 - Estimativas de máxima verossimilhança para o risco sistemático do modelo ajustado sob erros distribuídos na classe normal e normal assimétrica

Erro	Parâmetro	Estimativa	E.P.	Valor p	AIC
Normal	β	1,130	0,069	< 0,001	1279,394
	σ	1,909	0,069	< 0,001	
Normal Assimétrica	β	1,136	0,067	< 0,001	1216,514
	σ	1,902	0,077	< 0,001	
	assimetria	-0,197	0,099	0,041	

Conclusões

Neste trabalho, realizou-se a extensão da classe de modelos de valorização de ativos de capital (CAPM) que inicialmente é baseada na suposição de normalidade dos erros para a classe normal assimétrica. A classe normal assimétrica tem como caso particular a distribuição normal quando o parâmetro de assimetria, λ , é igual a 0. Isso faz dela um bom ponto de partida para o estudo teórico e empírico do impacto da assimetria nos retornos dos ativos. O exemplo ilustrativo em que o excesso de retorno da Microsoft é explicado pelo excesso de retorno da S&P500 no período de 2 de novembro de 2001 a 31 de janeiro de 2003, mostrou que desconsiderando a assimetria presente nos dados é possível classificar o risco estimado erroneamente levando ao investigador a tomada de decisão equivocada.

A relevância do presente artigo consiste na aplicabilidade dos seus resultados no campo de Finanças, podendo ser objeto de estudo tanto na área acadêmica como no campo profissional nas áreas da Estatística e Economia.

Trabalhos futuros podem desenvolver a estimação do risco sistemático em modelos CAPMs com erros auto-regressivos para explicar o excesso de retorno esperado de um conjunto de ações.

Agradecimentos

Este trabalho recebeu suporte financeiro do CNPq - Brasil e os autores são muito grato aos dois revisores e ao Editor Chefe pelos comentários e sugestões.

SOUTO MAIOR, V. Q.; CYSNEIROS, F. J. A. Systematic risk estimation in skew normal models. *Rev. Bras. Biom.*, São Paulo, v.27, n.2, p.197-209, 2009

- **ABSTRACT:** The Capital Asset Pricing Models (CAPMs) have been applied for a variety of situations in finance under the assumption of normality of errors. In some situations, the returns may show a certain asymmetry. Thus, an alternative to contemplate this situation is take distributions in the class asymmetric as the skew normal. In this article we estimate the systematic risk in models CAPMs with distribution errors in the class skew normal to explain the excess of expected return of a set of actions. An application where the estimation of systematic risk of Microsoft is compared under normal errors and skew normal will be presented as an illustration.
- **KEYWORDS:** Asymmetric returns; CAPM; skew normal distribution.

Referências

- AZZALINI, A. A class of distribution which includes the normal ones. *Scand. J. Stat.*, Oxford, v.12, p.171-178, 1985.
- AZZALINI, A.; CAPITANIO, A. Statistical applications of the multivariate skew-normal distribution. *J. R. Stat. Soc.*, London, v.61, p.579-602, 1999.
- CADEMARTORI, D.; ROMO, C.; CAMPOS, R.; GALEA, M. Robust estimation of systematic risk using the t distribution in the chilean stock markets. *Appl. Econ. Lett.*, London, v.10, n.7, p.447-453, 2003.
- CAMPBELL, J.; LO, A.; MACKINLAY, A. *Econometrics of financial markets*. New Jersey: Princeton University Press, 1997. 632p.
- CHIOGNA, M. *Notes on estimation problems with scalar skew-normal distributions*. Padua: Department of Statistical Sciences, University of Padua, 1997.(Technical Report 1997.15)
- GALEA, M.; DÍAZ-GARCÍA, J. A.; VILCA, F. Influence diagnostics in the capital asset pricing model under elliptical distribution. *J. Appl. Stat.*, Abingdon, v.35, n.2, p.179-192, 2008.
- LINTNER, J. The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capitals budgetd. *Rev. Econ. Stat.*, Cambridge, v.42, p.13-37, 1965.
- MOSSIN, J. Equilibrium in capital asset market. *Econometrica*, Chicago, v.35, p.768-783, 1966.
- PAULA, G. A.; CYSNEIROS, F. J. A. Systematic risk estimation in symmetric models. *Appl. Econ. Lett.*, London, v.16, n.2, p.217-212, 2009.
- R DEVELOPMENT CORE TEAM. *R: a language and environment for statistical computing*. Viena: R Foundation for Statistical Computing, 2009. Disponível em: <<http://www.R-project.org>>.
- RUPPERT, D. *Statistics and finance*. New York: Springer, 2004. 512p.

SHARPE, W. Capital asset prices: a theory of markets equilibrium under conditions of risk. *J. Finance*, New York, v.19, p.425-442, 1964.

SOUZA, W. B. *Modelo de regressão normal assimétrico*, 2007. 23p. (Trabalho de Iniciação Científica em Estatística), Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2007.

Recebido em 13.05.2009.

Aprovado após revisão em 17.08.2009.

Apêndice

Gráfico normal de probabilidades com envelope para o modelo linear normal assimétrico

Para avaliar o ajuste de um modelo, utilizou-se o gráfico normal de probabilidades com bandas de confiança.

Em um gráfico normal de probabilidades, dispomos do i -ésimo valor ordenado do resíduo padronizado, t_i^* , $i = 1, \dots, n$, versus o valor esperado da estatística de ordem da distribuição normal padrão, $N(0,1)$, dado por

$$\Phi^{-1} \left(\frac{i - \frac{3}{8}}{n + \frac{1}{4}} \right)$$

sendo $\Phi(\cdot)$ a função de distribuição acumulada da $N(0,1)$.

O resíduo padronizado, t_i^* , é dado por

$$t_i^* = \frac{y_i - \hat{y}_i}{\widehat{Var}(y_i)}$$

e a estatística de ordem t_i^*

$$t_{(1)}^* \leq t_{(2)}^* \leq t_{(3)}^* \leq \dots \leq t_{(n)}^*.$$

Algoritmo:

(1) Gerar r amostras de tamanho n de t^*

$$\text{amostra 1 : } t_{(1)1}^* \leq t_{(2)1}^* \leq \dots \leq t_{(n)1}^*$$

$$\text{amostra 2 : } t_{(1)2}^* \leq t_{(2)2}^* \leq \dots \leq t_{(n)2}^*$$

\vdots

\vdots

$$\text{amostra } r : t_{(1)r}^* \leq t_{(2)r}^* \leq \dots \leq t_{(n)r}^*$$

(2) Para cada amostra gerada t^* , gera-se a variável aleatória normal assimétrica de média $\mu_i = X_i^T \hat{\beta}$ e variância $\hat{\sigma}^2$. Calcule t_{ij}^* e ordene os $t_{(i)j}^*$ para $j = 1, \dots, r$, $i = 1, \dots, n$.

(3) Calcule, para $i = 1, \dots, n$,

- t_{iS}^* : o percentil $(1 - \alpha)\%$ (banda superior)
- t_{iM}^* : o valor mediano (quantil 50%)
- t_{iI}^* : o percentil $\alpha\%$ (banda inferior)

(4) Fazer o gráfico dos t_i^* estatística de ordem do resíduo versus estatística de ordem da $N(0,1)$, representando por linhas contínuas as bandas de confiança superior e inferior e pela linha tracejada o quantil mediano empírico. Espera-se um comportamento aleatório em torno da linha mediana dentro das bandas de confiança.

Algoritmo do gráfico normal de probabilidades com envelope para o modelo linear normal assimétrico na linguagem R

```
envelope.sn<- function(y,X,k,alfa)
{
  alfa1<- ceiling(k*alfa)
  alfa2<- ceiling(k*(1-alfa))
  ajuste<- sn.mle(X,y,plot=FALSE)
  n<- nrow(X)
  p<- ncol(X)
  beta<- array(0,c(p,1))
  for(i in 1:p)
    beta[i]<- ajuste$cp[i]
  dp<- ajuste$cp[p+1]
  dp0<- cp.to.dp(ajuste$cp)
  lam<- dp0[p+2]
  muz<- sqrt(2/pi)*(lam^2/sqrt(1+lam^2))
  varz<- 1-2*lam^2/(pi*(1+lam^2))
  print(lam)
  cd<- (y-X%*%beta)/dp
  re<- matrix(0,n,k)
  for(i in 1:k)
  {
    nresp<- rsn(n,0,scale=1,lam)
    nresp<- X%*%beta+dp*(nresp-muz)/sqrt(varz)
    ajuste2<- sn.mle(X,nresp,plot=FALSE)
    beta2<- array(0,c(p,1))
    for(j in 1:p)
    {
      beta2[j]<- ajuste2$cp[j]
    }
    dp2<- ajuste2$cp[p+1]

    cd2<- (nresp-X%*%beta2)/dp2
    re[,i]<- sort(cd2)
  }
  e1<- numeric(n)
  e2<- numeric(n)
}
```

```

for(i in 1:n)
{
  eo<- sort(re[i,])
  e1[i]<- eo[alfa1]
  e2[i]<- eo[alfa2]
}
xb<- apply(re,1,mean)
faixa<- range(cd,e1,e2)
par(pty="s")
qqnorm(e1,axes=F,xlab="",ylab="",type="l",ylim=faixa,lty=1)
par(new=TRUE)
qqnorm(e2,axes=F,xlab="",ylab="",type="l",ylim=faixa,lty=1)
par(new=TRUE)
qqnorm(xb,axes=F,xlab="",ylab="",type="l",ylim=faixa,lty=2)
par(new=TRUE)
qqnorm(cd,xlab="Quantis da N(0,1)",ylab="Residuo de Pearson",ylim=faixa)
}

```