

## COMPARAÇÃO DE LOCALIZADORAS APICAIS. O MÉTODO DO GRÁFICO DE CONTROLE

Manoel DOMINGOS FILHO<sup>1</sup>  
Eustáquio José MACHADO<sup>1</sup>  
Edcarlos Miranda de SOUZA<sup>1</sup>  
Altemir da Silva BRAGA<sup>1</sup>

- RESUMO: Esse artigo tem por objetivo principal a determinação da qualidade das medições obtidas por localizadoras apicais de fabricação nacional, comparando com uma localizadora de fabricação estrangeira. A motivação se deve pelo de que dentre os diversos procedimentos do tratamento endodôntico, a localização do ápice apical é um que provavelmente tem gerado algumas discussões. Localizar com precisão o ápice apical dos canais dentários, com o objetivo de modelar, eliminar bactérias nessa região e conseqüentemente obter sucesso no tratamento endodôntico é de suma importância para o profissional de odontologia. Para tanto, se faz necessário a determinação do comprimento das raízes e a escolha das limas a serem utilizadas no preparo e limpeza das mesmas. Tradicionalmente, a forma mais precisa e utilizada para mensurar esse comprimento é através da radiografia. Contudo, mesmo com a utilização da radiografia a medida pode conter erros principalmente quando as raízes forem curvadas, o que poderia levar o profissional a equivocar-se na localização exato do ponto apical e na escolha da lima. Nesse trabalho foi aplicada a teoria e a metodologia dos gráficos de controle para comparar as localizadoras apicais partindo do princípio que a localizadora de fabricação estrangeira tem sido utilizada sem restrições quanto à qualidade de suas medidas.
- PALAVRAS-CHAVE: Modelos de calibração; gráficos de controle; localizadoras apicais; endodontia; ápice dentário; cavidade pulpar.

### 1 Introdução

Uma das ferramentas mais importantes utilizadas para medir a qualidade de produtos e/ou serviços é o gráfico de controle. Quando se deseja avaliar a qualidade de apenas uma característica da qualidade pode-se fazer uso de uma técnica muito eficiente denominada por gráfico de controle univariado. Tradicionalmente usa-se o gráfico da média amostral e o gráfico da amplitude total como uma medida de variabilidade do processo. Obviamente que se desejamos avaliar simultaneamente mais de uma característica da qualidade de determinado produto podemos utilizar a técnica dos gráficos de controle multivariados.

---

<sup>1</sup> Universidade Federal do Acre, Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, CEP: 69915-900, Rio Branco, AC, Brasil. E-mail: [manoelufsc@yahoo.com.br](mailto:manoelufsc@yahoo.com.br) / [chefinhoo@globocom.com](mailto:chefinhoo@globocom.com) / [profedcarlos@hotmail.com](mailto:profedcarlos@hotmail.com) / [altemirbraga@ufac.br](mailto:altemirbraga@ufac.br)

Um dos atrativos para se utilizar a técnica de gráfico de controle é que eles são fáceis de construir e muito simples de serem interpretados. Mas o atrativo principal quanto ao uso dessa técnica é sua forma eficiente em detectar qualquer problema no processo. De modo geral, os gráficos de controle possuem três elementos os quais são: a) Uma linha central (LM) também chamada de linha média ou simplesmente média do processo. b) Paralelo à linha central temos outras duas linhas. Uma linha acima ou à esquerda da linha central chamada de limite inferior de controle (LIC) e outra abaixo ou à direita, chamada de limite superior de controle (LSC). A Figura 1 extraída de Montgomery e Runger (2003) a seguir, ilustra o formato de um gráfico de controle de regressão linear simples.

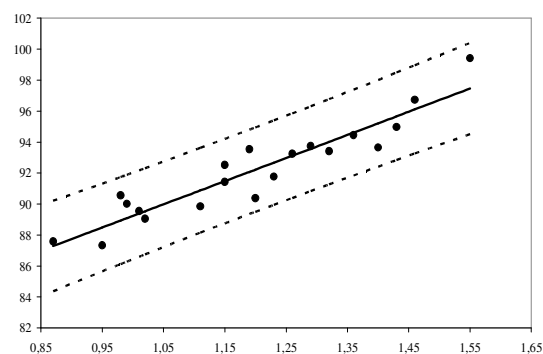


Figura 1 - Exemplo de Gráfico de Controle de Regressão, extraído de Montgomery e Runger (2003).

Observe na Figura 1, que a linha central segue a nuvem de pontos do diagrama de dispersão, enquanto que a linha pontilhada acima representa o limite inferior de controle e a linha pontilhada abaixo representa o limite superior de controle.

Quando um processo está sob controle estatístico é esperado que os pontos do diagrama de dispersão se distribuam aleatoriamente em torno da linha central e dentro dos limites de controle como mostrado na Figura 1. Se um ponto estiver fora dos limites de controle tem-se um sinal de alerta que pode significar duas coisas: a) algum fator está intervindo no processo tirando-o do controle ou; b) o processo continua sob controle e o sinal é na verdade um alarme falso.

Quando se deseja fazer o monitoramento simultâneo de duas variáveis (características da qualidade) correlacionadas linearmente, a forma mais correta de se fazer isto é através do gráfico de controle de regressão. Este tipo de gráfico foi construído inicialmente por Dipaola (1945) e seu formato é exatamente como mostrado na Figura 1. Porém, o gráfico de controle de regressão apresentado por Dipaola (1945) não considera os possíveis erros de medidas na variável independente, X.

Nesse artigo vamos aplicar uma teoria de gráficos de controle mais avançada que utilizam modelos de calibração com erros nas variáveis. Esses gráficos foram desenvolvidos analiticamente por Domingos Filho (2007).

## 2 Material e método

Antes de apresentarmos os elementos que constituirão a linha central, o limite inferior e o limite superior controle faremos um breve comentário sobre os modelos de calibração. O problema da calibração é usualmente caracterizado por duas variáveis, digamos  $X$  e  $Y$ , supostamente relacionadas por meio de uma função  $f$  conhecida, de tal forma que  $Y$  seja um valor obtido com erros de observação  $\varepsilon$  enquanto que  $X$  é considerada uma quantidade fixa ou controlada e sem erros de medida, definida em um intervalo  $I$  denominado intervalo de calibração. Em termos estatísticos a calibração se dá em duas etapas.

Numa primeira etapa do experimento de calibração, amostram-se  $n$  observações da variável  $Y$  a partir de valores prefixados de  $X$ , de modo a se estimar a função  $f$ . Portanto,  $Y$  e  $X$  podem-se relacionar através do modelo  $Y=f(X)+\varepsilon$ . Numa segunda etapa, “a calibração propriamente dita” seleciona-se uma amostra aleatória de tamanho  $k$  ( $k \geq 1$ ) da variável  $Y$  digamos  $Y_0$ , correspondente a um único valor desconhecido de  $X$ , digamos  $X_0$ . Deseja-se então estimar este valor desconhecido  $X_0$ , baseado nas informações de interesse e na função estimada no experimento de calibração.

Osborne (1991) descreve que procedimentos desta natureza são utilizados quando há duas maneiras de se obter uma medida de um determinado fenômeno. Uma maneira denominada  $X$  que é exata, mas é demorada e de alto custo, e outra maneira  $Y$  que é rápida, de baixo custo, porém não muito precisa.

Sob a suposição de que as duas medidas se relacionam de alguma forma, o experimentador deseja determinar o valor exato de  $X$ , usando para isto, o método impreciso e rápido. O problema de calibração é na verdade uma forma de predição inversa. Muitos autores o denominam de regressão inversa, predição inversa ou problema de discriminação, segundo se constata em Hoadley (1970).

Formalmente, um modelo de calibração linear absoluta com erros nas variáveis pode ser definido pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned}y_i &= \alpha + \beta U_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \\X_i &= U_i + \delta_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \\Y_{0i} &= \alpha + \beta U_0 + \varepsilon_{0i}, \quad i = n+1, \dots, n+k,\end{aligned}\tag{1}$$

onde os erros  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n, \varepsilon_{0n+1}, \dots, \varepsilon_{0n+k}$  são considerados variáveis aleatórias mutuamente independentes e identicamente distribuídos com média zero e variância constante  $\sigma_\varepsilon^2$ . Os erros  $\delta_1, \dots, \delta_n$  também são considerados variáveis aleatórias mutuamente independentes e identicamente distribuídos com média zero e variância constante  $\sigma_\delta^2$ . Os parâmetros desconhecidos do modelo são  $\alpha$  e  $\beta$ . As duas primeiras equações do modelo (1) dizem respeito à primeira etapa do processo calibração, enquanto que a última equação só diz respeito à segunda etapa.

Para obter os resultados apresentados neste artigo, os erros de medidas  $\varepsilon$  e  $\delta$  foram considerados variáveis aleatórias com distribuição normal de média zero e variância  $\sigma_\varepsilon^2$  e

$\sigma_{\beta}^2$ , respectivamente. Como primeiro resultado, apresentaremos o previsor clássico consistente da variável  $U_0$  e os estimadores dos parâmetros desconhecidos do modelo,  $\alpha$  e  $\beta$ . Mostraremos logo em seguida como é a forma algébrica do estimador clássico da quantidade desconhecida da variável independente  $X_0$ . Posteriormente apresentaremos uma estimativa da variância e do erro padrão da variável resposta denominada  $U_0$ . Finalmente os elementos do gráfico de controle de calibração são apresentados e um conjunto de dados é utilizado como estudo de caso.

### 3 Resultados

Para que se possa obter um gráfico de controle utilizando o modelo (1) será apresentado inicialmente, o previsor clássico consistente da quantidade desconhecida  $U_0$  o qual é definido por:

$$\hat{U}_{0C} = \frac{\bar{Y}_0 - \hat{\alpha}_C}{\hat{\beta}_C}, \hat{\beta}_C \neq 0, \quad (2)$$

onde  $\hat{\alpha}_C = \bar{Y} - \hat{\beta}_C \bar{X}$  e  $\hat{\beta}_C = \frac{S_{xy}}{k_u S_{xx}}$  são respectivamente os estimadores consistentes dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  de acordo com Lima (1996) e Domingos Filho (2000). Na expressão do estimador  $\hat{\beta}_C$  aparece um termo constante,  $k_u$ , o qual é denominado coeficiente de atenuação. Sua forma algébrica é dada pela expressão:

$$k_u = \frac{\sigma_u^2}{\sigma_u^2 + \sigma_{\beta}^2}.$$

Esse coeficiente tem a função de informar o quanto que um modelo de calibração se afasta ou se aproxima de um modelo com erros nas variáveis. Quanto mais próximo da unidade estiver a constante  $k_u$ , significa que o modelo de calibração está próximo de ser um modelo sem erros nas variáveis. Por outro lado, quanto mais próximo de zero estiver  $k_u$ , significa que maiores são os erros de mensuração nas variáveis que compõem o modelo.

Calculando a variância do previsor clássico consistente dado em (2), obtém-se após exaustivos cálculos, a seguinte expressão para a estimativa da variância de  $\hat{U}_{0C}$ :

$$\hat{Var}(\hat{U}_{0C}) = \hat{\sigma}_u^2 + \frac{1}{n} \left( \frac{1}{k_u} - 1 \right) \left( 4\hat{\sigma}_u^2 + \frac{3\hat{\sigma}_{\varepsilon}^2}{k\hat{\beta}_C^2} \right) + \frac{3\hat{\sigma}_{\varepsilon}^2}{nk_u\hat{\beta}_C^2} \left( 1 + \frac{\hat{\sigma}_{\varepsilon}^2}{k\hat{\beta}_C^2\hat{\sigma}_u^2} \right) + \left( \frac{1}{n} + \frac{1}{k} \right) \frac{\hat{\sigma}_{\varepsilon}^2}{\hat{\beta}_C^2} + O(n^{-2}),$$

em que  $\hat{\sigma}_{\varepsilon}^2 = S_{yy} - \hat{\beta}_C S_{xy}$ ;  $\hat{\sigma}_u^2 = k_u S_{xx}$ ;  $n$  é o número de observações no experimento de calibração e  $k$  é o número de observações, na segunda etapa da calibração. Desprezando os erros de segunda ordem, isto é,  $O(n^{-2})$ , e trabalhando apenas com valores aproximados, até os termos de primeira ordem, obtém-se uma estimativa do erro padrão de  $\hat{U}_{0C}$  a qual é dada por:

$$EP(\hat{U}_{0C}) = \sqrt{\hat{\sigma}_u^2 + \frac{1}{n} \left( \frac{1}{k_u} - 1 \right) \left( 4\hat{\sigma}_u^2 + \frac{3\hat{\sigma}_\varepsilon^2}{k\hat{\beta}_C^2} \right) + \frac{3\hat{\sigma}_\varepsilon^2}{nk_u\hat{\beta}_C^2} \left( 1 + \frac{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}{k\hat{\beta}_C^2\hat{\sigma}_u^2} \right) + \left( \frac{1}{n} + \frac{1}{k} \right) \frac{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}{\hat{\beta}_C^2}}. \quad (3)$$

Uma das mais importantes aplicações de um modelo de regressão reside no fato de se fazer previsões para novas ou futuras observações. Considere então a quantidade desconhecida  $U_0$  como sendo as observações futuras com relação à  $Y = Y_0$  e faça  $\hat{U}_{0C}$  ser o seu predictor consistente. Dessa forma, quando se pretende prever um valor de  $U_0$ , a partir de uma observação  $Y_0$ , na segunda etapa de calibração, comete-se um erro de previsão o qual é dado pela expressão:

$$\psi = U_0 - \hat{U}_{0C}.$$

Conforme pode ser constatado em Lima (1996), este erro de previsão também é uma variável aleatória, distribuída normalmente, com média zero e variância assintótica estimada pela expressão:

$$\hat{Var}(\psi) = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{nk_u\hat{\beta}_C^2} \left( 1 + \frac{3\sigma_\varepsilon^2}{k\hat{\beta}_C^2\sigma_u^2} \right) + \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\hat{\beta}_C^2} \left( \frac{1}{n} + \frac{1}{k} \right) + \frac{1}{n} \left( \frac{1}{k_u} - 1 \right) \left( 2\sigma_u^2 + \frac{3\sigma_\varepsilon^2}{k\hat{\beta}_C^2} \right) + O(n^{-2}).$$

Novamente, podemos desprezar os erros de segunda ordem e tomar a raiz quadrada positiva dessa expressão, para obter uma estimativa do erro padrão assintótico de  $\psi$ , a qual é dada por:

$$\hat{EP}(\psi) = \sqrt{\frac{\sigma_\varepsilon^2}{nk_u\hat{\beta}_C^2} \left( 1 + \frac{3\sigma_\varepsilon^2}{k\hat{\beta}_C^2\sigma_u^2} \right) + \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\hat{\beta}_C^2} \left( \frac{1}{n} + \frac{1}{k} \right) + \frac{1}{n} \left( \frac{1}{k_u} - 1 \right) \left( 2\sigma_u^2 + \frac{3\sigma_\varepsilon^2}{k\hat{\beta}_C^2} \right)}. \quad (4)$$

Se o objetivo do pesquisador for tão somente o de construir um gráfico de controle para realizar o monitoramento do processo, então, os elementos desse gráfico são dados pelas expressões:

$$\text{Limite Inferior de Controle : LIC} = \hat{U}_{0C} - q \times \hat{EP}(\hat{U}_{0C}),$$

$$\text{Linha Média ou Central : LM} = \hat{U}_{0C} = \frac{\bar{Y}_0 - \hat{\alpha}_C}{\hat{\beta}_C}, \quad (5)$$

$$\text{Limite Superior de Controle : LSC} = \hat{U}_{0C} + q \times \hat{EP}(\hat{U}_{0C}).$$

Porém, se o processo estiver sob controle estatístico e se o desejo do pesquisador é construir um gráfico de controle para monitorar o valor de uma nova ou futura observação da variável independente, então, os elementos necessários para a construção desse gráfico são dados por:

$$\begin{aligned}
\text{Limite Inferior de Controle : } LIC &= \hat{U}_{0C} - q \times \hat{EP}(\psi), \\
\text{Linha Média ou Central : } LM &= \hat{U}_{0C} = \frac{\bar{Y}_0 - \hat{\alpha}_C}{\hat{\beta}_C}, \\
\text{Limite Superior de Controle : } LSC &= \hat{U}_{0C} + q \times \hat{EP}(\psi),
\end{aligned} \tag{6}$$

onde  $q$  é a quantidade de desvios padrão. Com a utilização das expressões (5) e (6) podemos colocar num único gráfico, os limites de controle para monitoramento do processo e para monitoramento das observações futuras. Kim *et al.* (2003) propuseram o uso de um gráfico de controle alternativo para monitoramento na segunda etapa de calibração. Eles usaram os coeficientes estimados da regressão, isto é, as estimativas do intercepto e do coeficiente de inclinação da função linear, de cada amostra para construir dois gráficos EWMA (média móvel exponencialmente ponderada), separadamente. A construção de gráficos de controle, utilizando modelos de calibração linear, tem sido muito estudada ultimamente, conforme descrevem Mahmoud e Woodall (2004). A seguir, apresentaremos um estudo de caso aplicando a teoria exposta acima.

#### 4 Discussão

O estudo de caso realizado nesse artigo utiliza um conjunto de dados referente a medições de raízes dentárias, utilizando três tipos de máquinas elétricas denominadas localizadoras apicais. As localizadoras apicais utilizadas foram às seguintes: Root zx, Novapex e Bingo 1020. Esses dados na verdade já foram utilizados por outros pesquisadores com outras finalidades e, portanto, estamos lidando com uma coleta indireta de dados.

##### 4.1 Descrição dos dados

A obtenção dos dados se deu através da medição de 71 raízes dentárias, utilizando cada uma das localizadoras citadas acima. As medidas foram realizadas considerando a posição de 1mm aquém do ápice apical. Para realizar as três medições em cada uma das 71 raízes, foi alternada a ordem de medição das máquinas com o objetivo de eliminar um possível viés nas medições. Um viés poderia ocorrer se, por exemplo, uma das localizadoras fosse usada sempre como a primeira medida.

Para confrontar os valores obtidos manualmente com os valores obtidos pelas localizadoras, foram extraídos 71 dentes de molares humanos, com rizogênese completa e sem sinais de fratura apical. Dos molares inferiores foram utilizadas as raízes mesiais e dos molares superiores as raízes vestibulares. A exploração do canal foi realizada com as limas 10 e 15, e a odontometria foi realizada com a lima 20. A medida real de cada uma das raízes foi obtida com a ajuda de uma lupa de aumento da ordem de 2,5 vezes, considerando a posição em que a lima emergia da construção apical, ou seja, na posição 0mm (Tabela 1).

Tabela 1 - Dados referentes às medições de 71 raízes dentárias utilizando um método manual e três localizadoras apicais

Valor Real	Root zx	Bingo 1020	Novapex	$\delta$	$\epsilon_1$	$\epsilon_2$
18,01	17,21	17,28	17,30	0,80	0,73	0,71
18,12	16,72	16,75	16,75	1,40	1,37	1,37
18,15	17,60	17,50	17,28	0,55	0,65	0,87
19,80	19,01	19,31	19,10	0,79	0,49	0,70
17,90	16,21	16,81	16,55	1,69	1,09	1,35
21,30	20,69	20,22	20,64	0,61	1,08	0,66
18,50	17,22	17,40	17,57	1,28	1,10	0,93
17,80	17,19	17,17	17,10	0,61	0,63	0,70
20,60	19,67	19,59	19,60	0,93	1,01	1,00
19,36	19,05	18,82	18,60	0,31	0,54	0,76
22,11	21,83	21,69	21,72	0,28	0,42	0,39
22,83	21,88	21,75	21,80	0,95	1,08	1,03
19,60	18,95	18,36	18,14	0,65	1,24	1,46
19,80	18,87	18,44	18,21	0,93	1,36	1,59
17,70	17,06	17,07	17,06	0,64	0,63	0,64
17,63	16,98	17,00	16,94	0,65	0,63	0,69
19,45	19,42	19,26	19,30	0,03	0,19	0,15
19,79	18,55	18,27	18,45	1,24	1,52	1,34
19,42	18,92	18,97	18,73	0,50	0,45	0,69
19,10	18,47	18,54	18,55	0,63	0,56	0,55
19,02	18,24	18,44	18,31	0,78	0,58	0,71
20,32	20,40	20,47	20,51	-0,08	-0,15	-0,19
20,85	20,46	20,42	20,39	0,39	0,43	0,46
20,30	19,92	19,76	19,81	0,38	0,54	0,49
21,20	20,51	20,65	20,75	0,69	0,55	0,45
21,12	20,88	20,92	20,75	0,24	0,20	0,37
22,18	21,90	21,98	21,87	0,28	0,20	0,31
20,15	19,29	19,38	19,31	0,86	0,77	0,84
20,30	19,44	19,52	19,59	0,86	0,78	0,71
20,53	19,85	19,90	19,75	0,68	0,63	0,78
20,83	19,41	19,44	19,33	1,42	1,39	1,50
20,00	19,22	19,38	19,29	0,78	0,62	0,71
20,77	19,17	19,20	19,14	1,60	1,57	1,63
18,96	18,65	18,70	18,72	0,31	0,26	0,24
18,30	18,01	18,22	18,00	0,29	0,08	0,30
18,17	17,13	17,15	17,18	1,04	1,02	0,99
18,75	18,54	18,60	18,57	0,21	0,15	0,18
20,90	19,36	19,40	19,20	1,54	1,50	1,70
18,72	17,22	17,10	17,29	1,50	1,62	1,43
18,19	17,45	17,34	17,29	0,74	0,85	0,90
20,98	19,44	19,40	19,32	1,54	1,58	1,66
19,56	18,52	18,64	18,41	1,04	0,92	1,15
21,82	21,39	21,47	21,46	0,43	0,35	0,36
21,70	20,17	20,24	20,32	1,53	1,46	1,38
21,45	20,32	20,40	20,54	1,13	1,05	0,91
21,15	20,40	20,44	20,31	0,75	0,71	0,84
18,10	18,26	18,34	18,40	-0,16	-0,24	-0,30
17,92	17,08	17,05	17,08	0,84	0,87	0,84
17,70	17,12	17,15	17,06	0,58	0,55	0,64
21,10	20,45	20,37	20,27	0,65	0,73	0,83
21,43	20,19	20,33	20,18	1,24	1,10	1,25
19,82	19,77	19,91	19,80	0,05	-0,09	0,02
19,90	19,43	19,68	19,70	0,47	0,22	0,20
16,10	15,07	15,19	15,40	1,03	0,91	0,70
15,95	15,40	15,87	15,72	0,55	0,08	0,23
17,15	16,83	16,56	16,19	0,32	0,59	0,96
15,00	14,00	14,27	14,01	1,00	0,73	0,99
19,70	18,32	18,49	18,72	1,38	1,21	0,98
19,80	19,47	19,59	19,83	0,33	0,21	-0,03
20,12	19,40	19,23	19,24	0,72	0,89	0,88
20,50	20,36	20,28	20,17	0,14	0,22	0,33
18,00	18,04	17,96	18,02	-0,04	0,04	-0,02
17,50	18,07	17,79	17,95	-0,57	-0,29	-0,45
21,70	21,70	21,36	21,68	0,00	0,34	0,02
22,01	21,62	20,43	21,54	0,39	1,58	0,47
18,73	18,14	18,27	18,42	0,59	0,46	0,31
17,40	16,43	16,54	16,77	0,97	0,86	0,63
18,56	17,58	17,75	17,60	0,98	0,81	0,96
16,86	15,87	16,00	15,89	0,99	0,86	0,97
20,98	20,02	19,94	19,80	0,96	1,04	1,18
20,62	19,90	19,58	19,28	0,72	1,04	1,34

Fonte: Domingos Filho, 2007.

No presente trabalho, essas medidas manuais foram consideradas como sendo medidas exatas e sem erros. Por isso, tais medidas servirão como referência padrão para confrontamento com as medições obtidas pelas localizadoras. Das três localizadoras apicais, a Root zx, é, segundo os pesquisadores e usuários, uma das mais utilizadas e aceitas no mercado. Essa aceitação se deve pelo alto nível de precisão nas medições que ela oferece. Assim, ela será considerada como sendo o instrumento de referência padrão, utilizado para calibrar as outras localizadoras. É importante notar que mesmo sendo eficiente em suas medições, ainda, assim, o resultado obtido pela localizadora Root zx apresenta erros de mensuração. Neste caso, como não há medidas com repetições utilizando-se uma mesma máquina, então os erros de mensuração constituem-se em erros de reprodutibilidade, não havendo, portanto erros de repetitividade. Além disso, mesmo que se utilize a odontometria radiográfica, os valores obtidos podem conter erros de mensuração, principalmente se a raiz for curva, e se os dentes mensurados forem os molares superiores. Outro fator importante a ser considerado é o fato da localizadora Root zx, ser um produto importado, e que, por este motivo, seu preço de mercado é mais elevado do que as outras máquinas de fabricação nacional.

O objetivo desse estudo de caso é saber se as localizadoras de fabricação nacional, cujo preço é inferior, podem ser utilizadas sem alguma restrição de uso quanto à precisão de suas medições. Ou seja, será que as localizadoras apicais de fabricação nacional proporcionam medidas tão precisas quanto às obtidas manualmente e também pela localizadora Root zx? Se essas medidas forem discrepantes, o gráfico de controle mostrará essa realidade.

#### **4.2 Verificação das condições de regularidade no modelo de calibração**

Uma análise das condições de regularidade inerentes aos modelos de calibração foi realizada, afim de que a teoria utilizada nesse trabalho pudesse ser aplicada corretamente aos dados. Inicialmente, foi considerado que a localizadora Root zx representaria a variável independente  $X$  e que as máquinas Bingo 1020 e Novapex representassem as variáveis dependentes  $Y_1$  e  $Y_2$  respectivamente.

Uma das condições de regularidade a ser observada diz respeito à natureza com que a variável independente se apresenta, isto é, se  $X$  pode ser considerada como uma constante fixa ou como uma variável aleatória. Como as medidas obtidas pelas máquinas, em particular pela Root zx não pode ser fixada, *a priori*, então,  $X$  foi considerada uma variável aleatória com distribuição de probabilidade normal.

Outra condição a ser observada é quanto à exatidão das medidas, ou seja, se os valores obtidos pelas localizadoras possuem ou não erros de mensuração. Como as máquinas produzem medições com erros de reprodutibilidade, então o gráfico de controle de regressão de Dipaola (1945) não pode ser utilizado, uma vez que a teoria estatística envolvida naquele tipo de modelo considera a variável independente, obtida, sem erros de medidas.

A linearidade no relacionamento entre as variáveis também deve ser observada, uma vez que o modelo (1) utilizado como base teórica do trabalho é linear. Esta condição pode ser observada através de uma distribuição dos dados num diagrama de dispersão. Nas Figuras 2 e 3 são mostradas as relações entre as variáveis, onde se pode notar um



relacionamento do tipo linear entre cada par de variáveis. As nuvens de pontos bem definidas em cada uma das figuras revelam, também, que existe uma forte correlação linear entre as variáveis, como pode ser comprovado através do cálculo do coeficiente de correlação linear de Pearson.

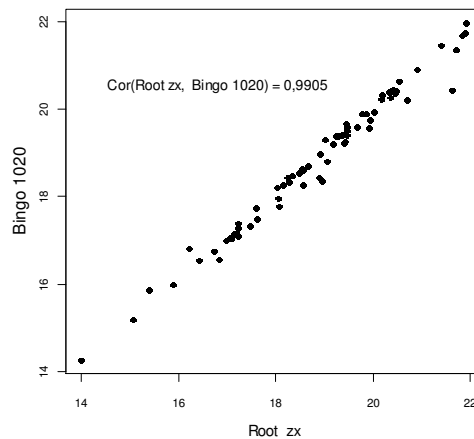


Figura 2 - Diagrama de dispersão: Root zx versus Bingo 1020 com medidas a 1 mm do ápice.

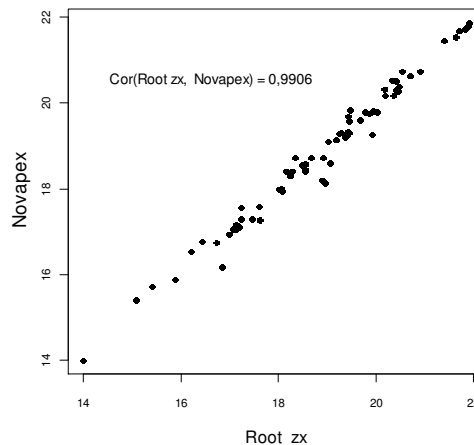


Figura 3 - Diagrama de dispersão: Root zx versus Novapex com medidas a 1 mm do ápice.

As Figuras 2 e 3 acima revelam que o relacionamento entre as localizadoras elétricas Root zx versus Bingo 1020 e Root zx versus Novapex possui tendência de relacionamento linear, satisfazendo assim, a condição de linearidade. O conhecimento do valor do coeficiente de atenuação é outra condição que necessita ser verificada. Seu valor não é conhecido, *a priori*, mas foi possível estimá-lo, facilmente, pelo fato de se conhecer os valores das variáveis:  $U$ ,  $X$  e  $\delta$ .

Um teste de normalidade foi aplicado a cada uma das variáveis, inclusive sobre os erros de medição  $\delta$  e  $\epsilon$ , e revelou que todas as variáveis envolvidas no problema possuem

distribuição normal. Sendo assim, mais uma condição de regularidade é verificada e a teoria dos gráficos de controle de calibração aplica-se perfeitamente, aos dados.

Tabela 2 - Resultados dos testes de normalidade (Shapiro e Wilk, 1965)

Variáveis	Estatística $W$	$P$ -valor
Valor Real (manual)	0,9803	0,3269
Root zx	0,9812	0,3649
Bingo 1020	0,9825	0,4246
Novapex	0,9839	0,5003
Erros $\delta$	0,9871	0,6854
Erros $\varepsilon_1$	0,9858	0,6035
Erros $\varepsilon_2$	0,9817	0,3871

### 4.3 Construção dos gráficos de controle

Como mostrado nos diagramas de dispersão, nota-se que os pares de variáveis *Root zx*, (variável independente  $X$ ) versus *Bingo 1020*  $Y_1$  (variável dependente 1), e *Root zx* versus *Novapex*  $Y_2$  (variável dependente 2), correlacionam-se linearmente, sendo que cada variável, possui distribuição normal, como pode ser observado na Tabela 2. Sabendo-se que essas variáveis foram obtidas através de um processo de medição física, em que seus valores apresentam erros de mensuração, então, o relacionamento entre elas foi expresso através do modelo de calibração estrutural. Além disso, os erros de medidas,  $\delta$  foram estimados, fazendo-se a diferença entre os valores de  $X$  e os valores verdadeiros (medidas manuais,  $U$ ). Os erros de medidas  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$  foram estimados, fazendo-se a diferença entre os valores verdadeiros  $U$  e os valores observados  $Y_1$  e  $Y_2$ , respectivamente. Portanto, foi possível estimar não só a variância dos erros de medidas, como também o valor do coeficiente de atenuação. Na Tabela 3 estão os valores das estatísticas necessárias à construção do gráfico de controle, utilizando o modelo de calibração estrutural normal para monitorar o comportamento das variáveis  $X$  e  $Y_2$ , simultaneamente, com as medições sendo realizadas no ponto 1mm aquém do ápice apical.

Tabela 3 - Variáveis Root zx versus Bingo 1020 com medidas a 1 mm do ápice apical

Nomenclatura	Descrição	Valor
$N$	Número de pares de observações	71
$\bar{X}$	Estimativa da média de $X$	18,81
$\bar{Y}$	Estimativa da média de $Y$	18,80
$\sigma_x^2$	Estimativa da variância de $X$	2,90
$\sigma_y^2$	Estimativa da variância de $Y$	2,64
$\hat{\alpha}_c$	Estimativa do coeficiente linear ou intercepto	-0,19
$\hat{\beta}_r$	Estimativa do coeficiente angular da reta	1,01
$\sigma_\delta^2$	Estimativa da variância dos erros $\delta_i$	0,22
$\sigma_\varepsilon^2$	Estimativa da variância dos erros $\varepsilon_i$	0,22
$\sigma_u^2$	Estimativa da variância da variável $U_i$	2,67
$k_u$	Estimativa do coeficiente de atenuação	0,92
$EP(U_{oc})$	Erro padrão da curva de calibração	1,71
$EP(\psi)$	Erro padrão do modelo de previsão	0,48

$EP(\hat{\alpha}_c)$	Erro padrão do intercepto	0,98
$EP(\hat{\beta}_c)$	Erro padrão do coeficiente inclinação	0,05

A partir destes dados, pôde-se então, estabelecer a equação estimada da curva de calibração para o modelo estrutural com distribuição normal, que foi utilizada como a linha central do gráfico de controle da seguinte forma:

$$LM = \hat{U}_{0c} = \frac{\bar{Y}_0 + 0,1906}{1,0097}.$$

Assim, a partir da linha central do gráfico, mostrada na equação acima e utilizando-se  $q = 3$  desvios padrão, isto é, fixando-se os limites de controle em 99,73% de confiança, pôde-se obter o limite superior de controle (LSC) e o limite inferior de controle (LIC), dados pelas equações (5) e (6), respectivamente. A Figura 4 mostra o formato do gráfico de controle, utilizando o modelo calibração estrutural normal com limites fixados em 3 desvios padrão, para as variáveis Root zx e Bingo 1020.

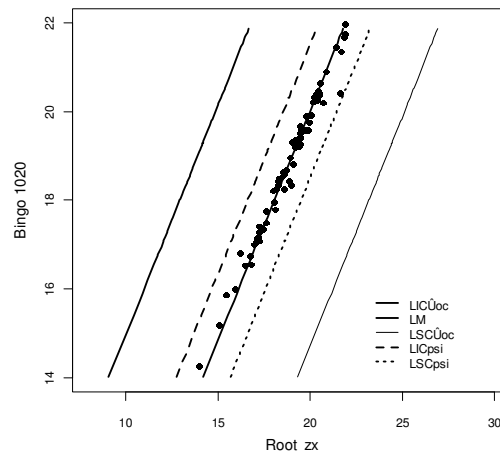


Figura 4 - Gráfico de controle para as variáveis Root zx e Bingo 1020 com medições a 1 mm do ápice apical,  $q = 3$ .

Apresenta-se na Figura 4 o formato de um processo sob controle estatístico, uma vez que todos os pontos estão grafados dentro dos limites de controle e distribuídos de forma aleatória em torno da linha central. As linhas contínuas paralelas à linha central são os limites de controle do modelo de previsão e as linhas pontilhadas são os limites de controle utilizados para monitoramento do processo. A Figura ilustra as medidas obtidas pelas duas máquinas localizadoras (Root zx e Bingo 1020), que são similares, não apresentando grandes discrepâncias entre elas. Observa-se apenas um ponto próximo ao limite superior de controle do modelo de previsão, mas nada que possa sugerir um estado de descontrole do processo de medição das raízes dentárias, pois o ponto ainda está dentro dos limites de controle, e as demais observações não apresentam um padrão de tendência. Além disso, os limites de controle construídos para  $\psi$  são utilizados apenas para se fazer previsões e não para monitoramento do processo. Na Tabela 4 estão as estatísticas necessárias à construção do gráfico de controle, utilizando o modelo de calibração

estrutural normal para monitorar o comportamento das variáveis  $X$  e  $Y_2$  simultaneamente, medidas a 1mm do ápice apical.

Tabela 4 - Variáveis Root zx versus Novapex com medidas a 1mm do ápice apical

Nomenclatura	Descrição	Valor
$N$	Número de pares de observações	71
$\bar{X}$	Estimativa da média de $X$	18,81
$\bar{Y}$	Estimativa da média de $Y$	18,78
$\sigma_x^2$	Estimativa da variância de $X$	2,89
$\sigma_y^2$	Estimativa da variância de $Y$	2,79
$\hat{\alpha}_c$	Estimativa do coeficiente linear ou intercepto	-0,74
$\hat{\beta}_r$	Estimativa do coeficiente angular da reta	1,04
$\sigma_{\delta}^2$	Estimativa da variância dos erros $\delta_t$	0,22
$\sigma_{\varepsilon}^2$	Estimativa da variância dos erros $\varepsilon_t$	0,24
$\sigma_{u_t}^2$	Estimativa da variância da variável $U_t$	2,67
$k_u$	Estimativa do coeficiente de atenuação	0,92
$EP(U_{oc})$	Erro padrão da curva de calibração	1,71
$EP(\psi)$	Erro padrão do modelo de previsão	0,48
$EP(\hat{\alpha}_c)$	Erro padrão do intercepto	1,01
$EP(\hat{\beta}_r)$	Erro padrão do coeficiente inclinação	0,05

A partir destes dados, pôde-se então, estabelecer a equação estimada da curva de calibração para o modelo estrutural com distribuição normal, que foi utilizada como a linha central do gráfico de controle da seguinte forma:

$$LM = \hat{U}_{oc} = \frac{\bar{Y}_0 + 0,7426}{1,0382}.$$

Portando, se os limites de controle forem fixados a uma distância de 3 desvios padrão da linha central, ou seja, se a região de confiança for fixada em 99,73%, então o gráfico de controle pode ser construído a partir das equações definidas em (5) e (6), respectivamente, como mostrado a seguir.

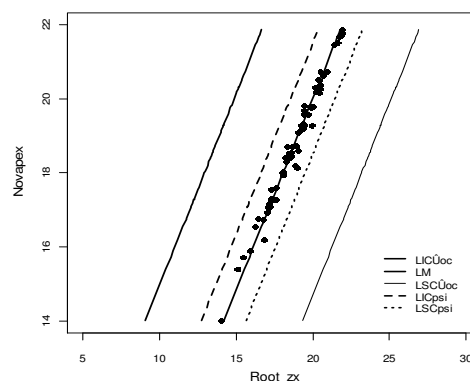


Figura 5 - Gráfico de controle das variáveis Root zx e Novapex com medições a 1 mm do ápice apical,  $q = 3$ .

A Figura 5 mostra que o processo de medição das raízes dentárias, utilizando as máquinas Root zx e Novapex, encontra-se em controle estatístico. Mais uma vez, as linhas contínuas são os limites de controle do modelo de provisão  $\psi$  e as linhas pontilhadas são os limites do gráfico de controle utilizado para monitorar o processo, isto é, o gráfico de  $\hat{U}_{0c}$ . Nota-se que os pontos estão distribuídos, aleatoriamente, em torno da linha central, e apenas um deles está situado junto ao limite superior de controle do gráfico do modelo de previsão. O significado desse ponto próximo ao limite superior de controle é que para uma mesma raiz a máquina Root zx forneceu uma medida maior que a máquina Novapex. Isto não significa que as máquinas apresentem medidas muito discrepantes umas das outras, basta observarem as demais medidas que não apresentam nenhum padrão de tendência. Essa diferença ocorreu, muito provavelmente, pelo uso inadequado de uma das localizadoras, ou seja, é um erro atribuído ao operador do instrumento.

O êxito que se obtém ao utilizar as localizadoras apicais é que elas localizam, com boa precisão, o ponto de constrição apical. Além disso, não há emissão de partículas radioativas nesse processo de localização, como acontece com a ortodontia radiográfica. O investimento para aquisição das máquinas é único e o processo de localização é bem rápido.

## Conclusões

Destaca-se a seguir as principais conclusões decorrentes da aplicação dos gráficos de controle de calibração linear com a suposição de normalidade nas variáveis em estudo e nos erros de mensuração.

1. As localizadoras Novapex e Bingo 1020 proporcionam medidas tão precisas quanto à localizadora Root zx.
2. Pelo fato das localizadoras apicais Novapex e Bingo 1020 oferecerem medidas semelhantes à localizadora Root zx, elas podem ser utilizadas sem nenhuma restrição quanto à precisão de suas medidas.
3. Os gráficos de controle, utilizando modelos de calibração, constituem-se em uma ferramenta adequada para efetuar o monitoramento das medidas indiretas, obtidas pelas localizadoras apicais.
4. O odontólogo pode, a qualquer momento, tomar uma medida, utilizando-se uma das localizadoras e usar essa medida como uma estimativa do valor verdadeiro, que é a medida manual.

DOMINGOS FILHO, M.; MACHADO, E. J.; SOUZA, E. M.; BRAGA, A. S. Comparison of apex locators: the method of control chart. *Rev. Bras. Biom.*, São Paulo, v.30, n.1, 62-75, 2012.

- *ABSTRACT: This article takes as a principal objective the determination of the quality of the measurements when they were obtained for apex locators of national manufacture, comparing with the locator of foreign manufacture Root zx. Among several proceedings of the treatment endodontic, the location of the top apex is what probably has been producing some discussions. To locate with precision the top apex of the dental channels, with the objective to model, removing the bacteria in this region and, consequently, obtaining the success in the endodontic treatment is of great importance for the dentistry professional. For so much, there is made*

necessary the determination of the length of the roots and the choice of the files to be used in the preparation and cleaning of same. Traditionally, the most precise and used form to measure this length is through of the X-ray image. However, even with the use of the X-ray, the measure can contain error, principally when the roots are curved, which might take the professional to make a mistake in the location of the point apex and in the choice of the file. In this work there was applied the theory and the methodology of the control graphs to compare the locators apex.

- **KEYWORDS:** Calibration of models; control graphs; apex locators; endodontic; tooth apex; dental pulp cavity.

## Referências

- DIPAOLA, P. P. Use of correlation in quality control. *Ind. Qual. Control*, Washington, v.2, n.1, p.10-14, 1945.
- DOMINGOS FILHO, M. *Calibração absoluta estrutural sem a suposição de normalidade*. 2000. 123f. Dissertação (Mestrado em Estatística) – Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2000.
- DOMINGOS FILHO, M. *Construção de gráficos de controle utilizando modelos de calibração absoluta com erros nas variáveis*. 2007. 179f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2007.
- HOADLEY, B. A Bayesian look at inverse linear regression. *J. Am. Stat. Assoc.*, Baltimore, v.65, n.329, p.356-369, 1970.
- KIM, K.; MAHMUD, M. A.; WOODALL, W. H. On the monitoring of linear profile. *J. Qual. Technol.*, Washington, v.35, p.317-328, 2003.
- LIMA, C. R. O. P. *Calibração absoluta com erros nas variáveis*. 1996. 223f. Tese (Doutorado em Estatística) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1996.
- MAHMOUD, M. A.; WOODALL W. H. Phase I analysis of linear profiles with calibration applications. *Technometrics*, Washington, v.46, n.4, p.377-391, 2004.
- MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. *Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros*. 2.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003. 463p.
- OSBORNE, C. Statistical calibration: a review. *Int. Stat. Rev.*, Edinburg, v.59, n.3, p.309-336, 1991.
- SHAPIRO, S. S.; WILK, M. B. An analysis of variance test for normality (complete samples). *Biometrics*, London, v.52, n.3/4, p.591- 611, 1965.

Recebido em 27.02.2012

Aprovado após revisão 15.15.2012