

AVALIAÇÃO DO IMPACTO HUMANO NA DINÂMICA DAS VARIÁVEIS HIDROLÓGICAS DA BACIA DO RIO PIRACICABA ATRAVÉS DA ANÁLISE MULTIFRACTAL

Lázaro de Souto ARAÚJO^{1,2}
Moacyr CUNHA FILHO¹
Borko STOSIC¹
Tatijana STOSIC¹

- **RESUMO:** Neste artigo aplicamos o método Multifractal detrended fluctuation analysis (MF-DFA) e Multifractal detrended cross-correlation analysis (MF-DXA) para comparar a dinâmica das séries temporais diárias de vazão e de precipitação da bacia do rio Piracicaba antes e depois da construção dos reservatórios do Sistema Cantareira, nas localizações geográficas mais próximas dos reservatórios. Os estudos anteriores baseados na análise estatística das séries temporais mensais de vazão e precipitação no período de 1947-1991 revelaram a tendência crescente da precipitação anual para toda bacia e a tendência decrescente da vazão para localizações próximas aos reservatórios. Os resultados mostraram que depois da construção dos reservatórios a complexidade das séries de vazão (caracterizada pela largura do espectro multifractal) foi alterada, enquanto, que a dinâmica da precipitação não mostrou as alterações correspondentes, indicando a influência dos reservatórios.
- **PALAVRAS-CHAVE:** Vazão, precipitação, *MF-DFA*.

1 Introdução

Nas últimas décadas nossa habilidade de tratar vários fenômenos em ciências ambientais aumentou significativamente devido ao aumento do poder computacional, que possibilitou o desenvolvimento e validação dos novos métodos de aquisição e análise de dados e modelos teóricos e computacionais que servem para descrição e previsão da dinâmica dos sistemas naturais e sociais. A complexidade dos fenômenos ambientais está fortemente influenciada pela atividade humana, tendo como consequências às alterações em vários componentes do meio ambiente. As soluções eficientes dos problemas ambientais exigem um melhor entendimento dos fenômenos relacionados, tanto aos fenômenos naturais quanto aos fenômenos sociais e a interação entre ambos.

¹ Universidade Federal Rural de Pernambuco - UFPE, CEP: 52171-900 - Recife, PE, Brasil. E-mail: lazaro.souto@hotmail.com / moacyr@deinfo.ufpe.br / borkostosic@gmail.com / tastosic@gmail.com

² Universidade Federal de Sergipe - UFSE, Cidade Universitária Prof. José Aloísio de Campos, CEP 49100-000, São Cristóvão, SE, Brasil. E-mail: lazaro.souto@hotmail.com

A conservação dos recursos hídricos é um dos problemas mais importantes para o desenvolvimento sustentável de uma região. Estes recursos são diretamente influenciados pelos fatores naturais e antropogênicos e são caracterizados pelas interações múltiplas, ainda pouco entendidas, tornando os sistemas hídricos extremamente complexos. Para o estabelecimento de políticas públicas eficientes para proteção do meio ambiente é necessário desenvolver métodos matemáticos que possam fornecer informações confiáveis sobre a dinâmica destes sistemas.

Durante as últimas décadas a teoria multifractal inicialmente desenvolvida para estudar flutuações de velocidade na turbulência (Benzi et al., 1984) foi extensivamente utilizada para descrever e modelar a distribuição espacial e temporal das principais variáveis hidrológicas, precipitação pluvial e vazão fluvial dos rios (Royer et al., 2008; Kantelhardt et al., 2006). Esta metodologia possibilita o estudo dos processos hidrológicos nas diferentes escalas, providenciando as informações necessárias para modelagem de vários fenômenos hidrológicos como inundações, erosão do solo, transporte dos poluentes e infiltração (Berne et al., 2004).

A bacia hidrográfica do rio Piracicaba, possui uma área total de 12.568,72 km², sendo que, 11.442,82 km² encontram-se no estado de São Paulo, e 1.125,90 km² no estado de Minas Gerais, uma região com crescimento populacional e agroindustrial maior que a média do país, com fortes evidências de degradação dos recursos hídricos em aspectos quantitativos e qualitativos. Estudos anteriores apontam como principais causas destas alterações o aumento do consumo de água e das cargas de esgotos urbanos e agroindustrial, as mudanças no uso da terra e a transferência de água interbacias (Moraes et al., 1998). Está localizada entre os paralelos 22°00'S e 23°30'S e os meridianos 46°00'O e 48°30'O (Moraes et al., 1998).

Uma das intervenções antrópicas de maior impacto sobre o comportamento da vazão foi à construção de quatro reservatórios do sistema Cantareira, localizados nas cabeceiras dos rios Jaguari, Jacaré (sub-bacia do rio Jaguari) Atibaia e Cachoeira (sub-bacia do rio Atibaia). Estes reservatórios são interligados por túneis e canais e são responsáveis pela reversão interbacias de 31m³ s⁽⁻¹⁾ para abastecimento da Região Metropolitana de São Paulo (RMSP). A localização geográfica das principais tributários e reservatórios do sistema Cantareira na bacia do rio Piracicaba está apresentada na Figura 1.

Neste trabalho avaliamos a influência do sistema Cantareira na dinâmica da vazão do rio Atibaia usando a análise multifractal. Aplicamos os métodos Multifractal detrended fluctuation analysis (Kantelhardt et al., 2002) e Multifractal detrended cross-correlation analysis (Zhou, 2008) nas séries temporais diárias da vazão e da precipitação para os períodos antes e depois da construção dos reservatórios. Os resultados anteriores mostraram a tendência crescente da precipitação anual para toda bacia, e a tendência decrescente de vazão para localizações próximas dos reservatórios (Moraes et al., 1998).

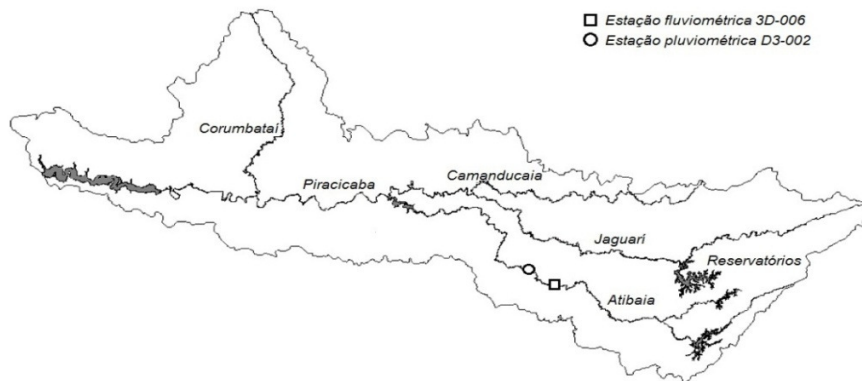


Figura 1 - Posição das estações fluviométrica e pluviométrica estudadas neste trabalho, na Bacia do rio Piracicaba, junto com principais tributários e reservatórios do sistema Cantareira.

2 Material e métodos

Foram analisadas as séries temporais diárias de vazão e de precipitação obtidas das estações meteorológicas localizadas na sub-bacia do rio Atibaia. As estações 3D-006 (fluviométrica) e D3-002 (pluviométrica) foram escolhidas por serem mais próximas dos reservatórios do sistema Cantareira. Este sistema inclui reservatórios na sub-bacia do rio Atibaia (construídos no período de 1968-1974, nos rios Cachoeira e Atibainha) (Moraes et al., 1998). Para cada estação foram analisadas duas séries diárias representando os períodos antes (1961-1967) e depois (1975-1981) da construção dos reservatórios. Os dados foram obtidos do Portal do Departamento de Águas e Energia Elétrica (DAEE), que disponibiliza os dados históricos de vazão e de precipitação para o estado de São Paulo, no site <http://www.dae.sp.gov.br/>.

2.1 Multifractal detrended fluctuation analysis (MF-DFA)

As séries temporais multifractais possuem subconjuntos caracterizados pela invariância de escala com expoentes de escala diferentes. Neste caso, uma hierarquia de expoentes de escala é necessária para uma descrição completa das correlações temporais da série (Kantelhardt et al., 2002). Vários métodos foram desenvolvidos para analisar as propriedades multifractais dos sinais não estacionários, incluindo Wavelet transform modulus maxima (WTMM) (Muzy et al., 1991), Multifractal detrended fluctuation analysis (MF-DFA) (Kantelhardt et al., 2002) e Multifractal detrending moving average analysis (MF-DMA) (Gu e Zhou., 2010).

O método MF-DFA é mais simples para implementação computacional e foi amplamente utilizado em análise de processos fisiológicos (Figliola et al., 2007), sinais geofísicos (Telesca e Lapenna, 2006), séries temporais hidrológicas (Kantelhardt et al., 2006; Zhang et al., 2008) e dados financeiros (Zunino et al., 2008). O algoritmo do MF-DFA é dado a seguir (Kantelhardt et al., 2002):

- i) Calcula-se a série integrada

$$X(k) = \sum_{i=1}^k (x(i) - \langle x \rangle), k = 1, \dots, N \quad (1)$$

em que $\langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x(i)$ representa a média da série original $x(i)$.

- ii) A série integrada $X(k)$ é dividida em $N_n = \text{int}(N/n)$ segmentos não sobrepostos de tamanho n e em cada segmento $s = 1, \dots, N_n$ a tendência local $X_{n,s}(k)$ (é feita com ajuste linear ou polinomial) é estimada e subtraída da série $X(k)$.
- iii) A variância sem tendência

$$F^2(n, s) = \frac{1}{n} \sum_{k=(s-1)n+1}^{sn} [X(k) - X_{n,s}(k)]^2 \quad (2)$$

é calculada para cada segmento, e finalmente um valor médio para todos os segmentos é usado para obter a função de flutuação de ordem q :

$$F_q(n) = \left\{ \frac{1}{N_n} \sum_{s=1}^{N_n} [F^2(n, s)]^{q/2} \right\}^{1/q} \quad (3)$$

em que q pode assumir qualquer número real exceto zero ($q \neq 0$). Para caso particular $q = 0$, a função de flutuação é calculada como $[F_\varepsilon(n) + F_{-\varepsilon}(n)]/2$, em que $\varepsilon \rightarrow 0$ (na prática, pode ser utilizado um valor pequeno, como e.g. $\varepsilon = 0,001$).

Este cálculo se repete para diferentes tamanhos dos segmentos, fornecendo a relação entre a função de flutuação $F_q(n)$ e o tamanho do segmento n . Se a série original $x(i)$ possui correlações de longo alcance, $F_q(n)$ é uma lei de potência $F_q(n) \sim n^{h(q)}$. O expoente de escala $h(q)$ pode ser obtido como o coeficiente angular da reta $\log F_q(n)$ versus $\log n$ e representa uma função decrescente de q . Um processo multifractal pode ser caracterizado pelo espectro multifractal $f(\alpha) = q\alpha - \tau(q)$, onde $\alpha = d\tau(q)/dq$, e $\tau(q) = qh(q) - 1$. Para séries monofractais o espectro $f(\alpha)$ é representado por um único ponto, enquanto para processos multifractais a função $f(\alpha)$ pode ser ajustada por polinômio quadrático. A amplitude $\Delta\alpha = \alpha_{\text{máx}} - \alpha_{\text{mín}}$ pode ser usada como uma medida do grau de multifractalidade da série (Kantelhardt et al., 2002).

2.2 Multifractal detrended cross correlation analysis (MF-DXA)

Para investigar as correlações entre duas séries temporais simultâneas não estacionárias, vários métodos foram recentemente propostos: *Detrended cross-correlation analysis* (DCCA) (Podobnik & Stanley., 2008), *Multifractal detrended cross-correlation analysis* (MF-DXA) (Zhou.,2008) e *Multifractal detrending moving average cross-correlation analysis* (MF-X-DMA) (Jian & Zhou., 2011), entre os quais o método *Multifractal detrended cross-correlation analysis* (MF-DXA) foi o mais utilizado. Este método já foi aplicado em processos hidrológicos (Hajian & Movahed., 2010), sinais geofísicos (Shadkhoo & Jafari., 2009) e dados financeiros (He & Chen.,2011). O

procedimento do MF-DXA é semelhante ao MF-DFA descrito na seção anterior. Para cada segmento calcula-se a covariância sem tendências:

$$F_{xy}(n, s) = \frac{1}{n} \sum_{k=(s-1)n+1}^{sn} |X(k) - X_{n,s}(k)| |Y(k) - Y_{n,s}(k)| \quad (4)$$

em que $X(k) = \sum_{i=1}^k [x(i) - \langle x \rangle]$ e $Y(k) = \sum_{i=1}^k [y(i) - \langle y \rangle]$, $k = 1, \dots, N$ são as séries integradas a partir de duas séries simultâneas $x(i)$ e $y(i)$, $i = 1, \dots, N$, e $X_{n,s}(k)$ e $Y_{n,s}(k)$ representam as respectivas tendências locais em segmentos $s = 1, \dots, N_n$ (Zhou., 2008). Calculando o valor médio para todos os segmentos determina-se a função de flutuação de ordem q :

$$F_{xy}(q, n) = \left\{ \frac{1}{N_n} \sum_{s=1}^{N_n} [F_{xy}(n, s)]^{q/2} \right\}^{1/q} \quad (5)$$

em que q pode assumir qualquer número real exceto zero. O valor $F_{xy}(q, n)$ para $q = 0$ e obtido como $[F_{xy}(+\varepsilon, n) + F_{xy}(-\varepsilon, n)]/2$, em que $\varepsilon \rightarrow 0$. Em caso de existência de correlações de longo alcance entre as duas séries, $F_{xy}(q, n)$ é uma lei de potência $F_{xy}(q, n) \sim n^{h_{xy}(q)}$. O expoente de escala generalizado $h_{xy}(q)$ é calculado como o coeficiente angular da reta $\log F_{xy}(q, n)$ versus $\log n$. No caso de $x = y$ o método MF-DXA é idêntico ao MF-DFA (Zhou, 2008).

3 Resultados e discussão

As Figuras 2 e 3 representam os gráficos dos dados das séries originais da vazão e da precipitação da bacia do rio Atibaia antes e depois da construção dos reservatórios do sistema Cantareira.

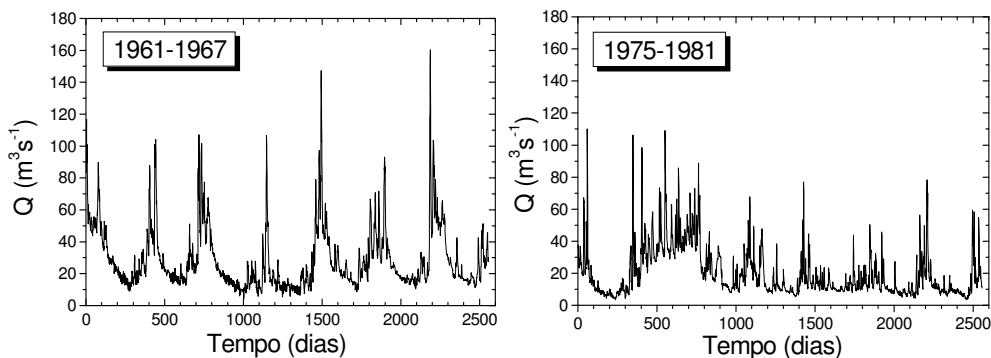


Figura 2 - Séries temporais de vazão (Q) do rio Atibaia (estação 3D-006) para os períodos de 1961 a 1967, e de 1975 a 1981.

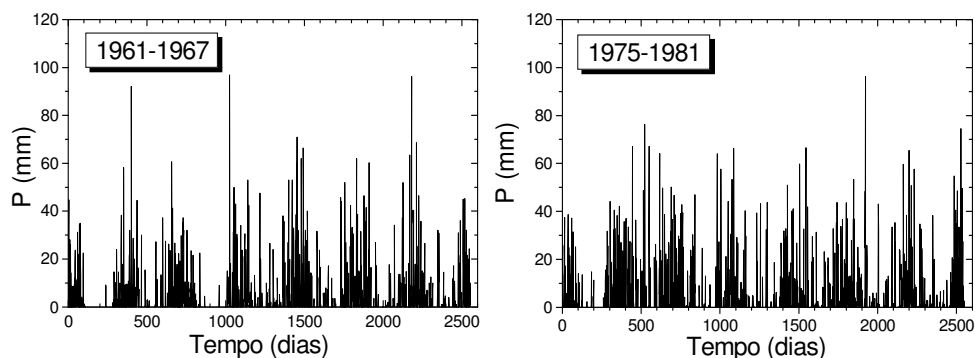


Figura 3 - Séries temporais da precipitação (P) da bacia do rio Atibaia (estação D3-002) para os períodos de 1961 a 1967, e de 1975 a 1981.

A estatística descritiva obtida referente às estações fluviométricas e pluviométrica está apresentada nas Tabelas de 1 a 2.

Tabela 1 - Estatística descritiva dos dados fluviométricos (m^3s^{-1}) da bacia do rio Atibaia

| Estação | Amostra | Mínimo | Máximo | Média | D. Padrão |
|---------|---------|--------|--------|-------|-----------|
| 3D-006 | 61 - 67 | 4.2 | 160.4 | 28.9 | 19.4 |
| | 75 - 81 | 3.5 | 110.1 | 19.81 | 14.9 |

Tabela 2 - Estatística descritiva dos dados pluviométricos ($mm.dia^{-1}$) da bacia do rio Atibaia

| Estação | Amostra | Mínimo | Máximo | Média | D. Padrão |
|---------|---------|--------|--------|-------|-----------|
| D3-002 | 61 - 67 | 0.0 | 96.8 | 3.5 | 9.3 |
| | 75 - 81 | 0.0 | 96.2 | 3.9 | 9.7 |

Podemos observar que os valores médios, mínimos e máximos de vazão diminuíram depois da construção dos reservatórios, enquanto o valor médio da precipitação aumentou no mesmo período. Considerando que a precipitação é o maior fator natural que influi a vazão, estes resultados indicam que a construção do Sistema Cantareira influencia o regime hidrológico da bacia na localização investigada.

Para diminuir a influência da sazonalidade das séries diárias analisamos as séries temporais das anomalias da vazão $\tilde{V}_i = (V_i - \langle V_i \rangle) / \sigma_{V_i}$ e da precipitação $\tilde{P}_i = (P_i - \langle P_i \rangle) / \sigma_{P_i}$, onde $\langle V_i \rangle$, $\langle P_i \rangle$ e σ_{V_i} , σ_{P_i} , são os valores médios e o desvio padrão dos dados registrados no dia calendário (anual) (Kantelhardt et al., 2006). A Figura 4 mostra o expoente de Hurst generalizado $h(q)$, a Figuras 5 mostra o expoente de Rényi $\tau(q)$ e a Figura 6 mostra o espectro multifractal $f(\alpha)$ para as anomalias da vazão e da precipitação da bacia do rio Atibaia para os períodos antes e depois da construção dos reservatórios.

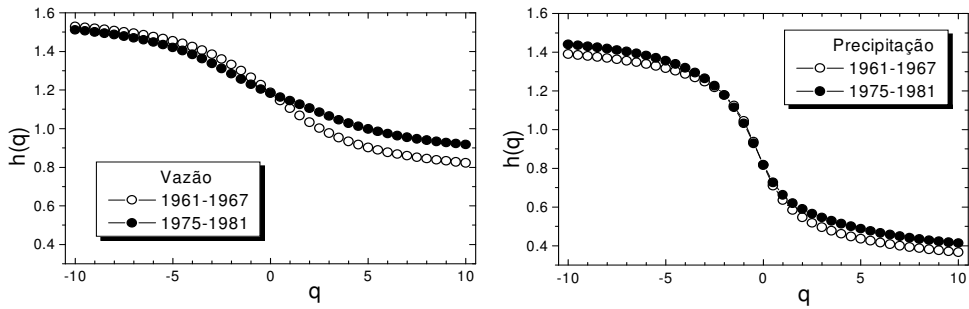


Figura 4 - Expoente de Hurst generalizado $h(q)$ para vazão do rio Atibaia (estação 3D-006) e para precipitação da bacia do rio Atibaia (estação D3-002). Os pontos representam resultados de cálculo, as linhas servem como guia para olho.

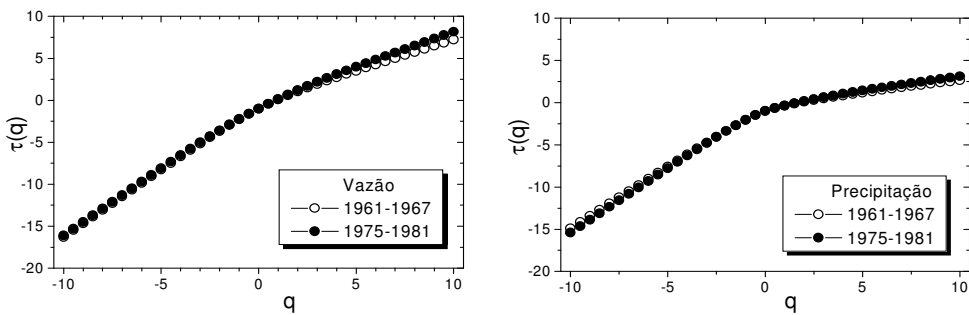


Figura 5 - Expoente Rényi $\tau(q)$ para vazão do rio Atibaia (estação 3D-006) e para precipitação da bacia do rio Atibaia (estação D3-002).

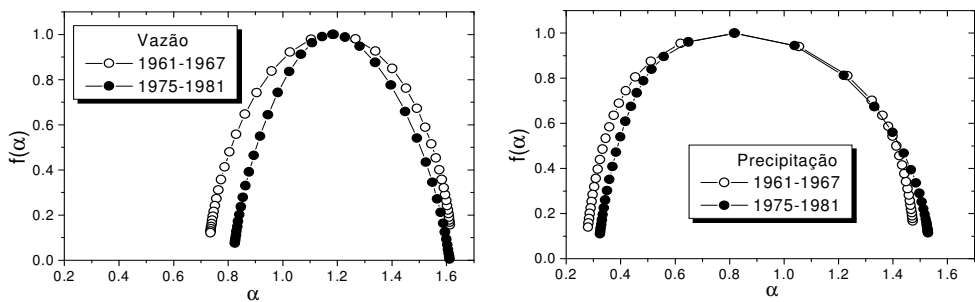


Figura 6 - Espectro multifractal $f(\alpha)$ de vazão do rio Atibaia (estação 3D-006) e para precipitação da bacia do rio Atibaia (estação D3-002). As linhas servem como guia para olho.

A amplitude do expoente de *Hurst* generalizado, a convexidade do expoente de *Rényi* e a largura do espectro multifractal podem ser utilizadas para avaliar o grau de multifractalidade do processo. Para verificar se a multifractalidade foi causada pela função densidade de probabilidade dos valores da série ou pelas correlações diferentes em subconjuntos com grandes e com pequenas flutuações aplicamos o método *MF-DFA* nas séries temporais randomizadas. Para série de tamanho n , uma randomização consiste em $10000 \cdot n$ transposições de pares de valores escolhidos aleatoriamente, depois do qual o espectro $f(\alpha)$ fica recalculado. Este processo foi repetido 100 vezes para avaliar o espectro randomizado médio, junto com o desvio padrão, para cada série. A largura do espectro multifractal $\Delta\alpha = \alpha_{máx} - \alpha_{min}$ (que é o melhor indicador do grau de multifractalidade de um processo estocástico – maior $\Delta\alpha$ significa multifractalidade maior), para séries temporais simultâneas (originais e randomizadas) para todas as estações está apresentada na Tabela 3.

Tabela 3 - *MF-DFA* ($\Delta\alpha$) das séries temporais de vazão e de precipitação da bacia do rio Atibaia para os períodos 1961-1967 e 1975-1981

| Estação | Período | $\Delta\alpha_1$ | $\Delta\alpha_2$ | (σ) | Estação | Período | $\Delta\alpha_1$ | $\Delta\alpha_2$ | (σ) |
|---------|---------|------------------|------------------|--------------|---------|---------|------------------|------------------|--------------|
| 3D-006 | 61 - 67 | 0.88 | 0.44 | (0.04) | D3-002 | 61 - 67 | 1.19 | 0.93 | (0.08) |
| | 75 - 81 | 0.79 | 0.61 | (0.05) | | 75 - 81 | 1.20 | 0.91 | (0.05) |

$\Delta\alpha_1$: Séries originais $\Delta\alpha_2$: Séries randomizadas (σ : desvio padrão)

Em todos os gráficos e na Tabela 3 observou-se que a multifractalidade da vazão do rio Atibaia diminuiu depois da construção dos reservatórios indicando menor variedade do tamanho das flutuações que apresentam invariância de escala. As séries temporais da precipitação mostram multifractalidade mais forte, por outro lado este comportamento multifractal não foi alterado depois da construção dos reservatórios.

A largura do espectro multifractal diminuiu depois da randomização das séries indicando que tanto as propriedades da função densidade de probabilidade (FDP) dos valores, quanto das correlações temporais, contribuem para a multifractalidade das séries analisadas (Kantelhardt et al., 2002).

Para obter mais informações sobre os processos hidrológicos antes e depois da construção dos reservatórios do sistema Cantareira analisaram-se as correlações cruzadas aplicando-se o método MF-DXA nas séries temporais simultâneas de vazão e de precipitação. Os resultados são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 - MF-DXA($\Delta\alpha$) das séries temporais de vazão e de precipitação da bacia do rio Atibaia

| Estação | Período | $\Delta\alpha$ |
|---------------|---------|----------------|
| 3D-006/D3-002 | 61 - 67 | 0.98 |
| | 75 - 81 | 0.79 |

Os resultados apresentados na Tabela 4 mostram que as correlações cruzadas entre vazão e precipitação possuem propriedades multifractais que foram alterados depois da construção do reservatório, indicado pela diminuição da largura do espectro multifractal.

Conclusões

Neste artigo comparamos as propriedades multifractais das séries temporais diárias de vazão e de precipitação na bacia do rio Atibaia, antes e depois da construção dos reservatórios do sistema Cantareira. Depois da construção dos reservatórios a largura do espectro multifractal da vazão diminuiu, indicando menor grau de multifractalidade, enquanto a multifractalidade das séries temporais da precipitação não foi alterada. A multifractalidade das correlações cruzadas entre dois processos também diminuiu depois da construção dos reservatórios. Estes resultados indicam que, além dos fatores naturais, a dinâmica da vazão aparentemente também foi afetada pela atividade humana.

A análise multifractal mostra-se promissora para comparação da dinâmica das séries da vazão com a dinâmica das séries de precipitação, em diferentes escalas temporais, e pode fornecer as informações sobre alterações de regime natural entre os componentes dos sistemas hidrológicos causadas pelos fatores naturais, e antrópicos. Estas informações são cruciais para avaliação de degradação dos recursos hídricos da região e para o desenvolvimento de modelos matemáticos e computacionais que possam servir para análise de futuros cenários.

ARAÚJO, L. S.; CUNHA FILHO, M.; STOSIC, B.; STOSIC, T. Evaluation of human impact on the dynamics of hydrological variables in Piracicaba river basin using multifractal analysis. *Rev. Bras. Biom.*, São Paulo, v.32, n.1, p.170-179, 2014.

- **ABSTRACT:** *In this work we apply Multifractal detrended fluctuation analysis (MF-DFA) and Multifractal detrended cross-correlation analysis (MF-DXA) to compare the dynamics of daily temporal series of streamflow and rainfall in the Piracicaba river basin, for the periods before and after the construction of Cantareira System, at the locations that are close to the water reservoirs. Previous studies based on classical statistical analysis of monthly data for the period 1947-1991 showed the increasing tendency for rainfall for the whole basin, and decreasing tendency for streamflow at locations that are close to the water reservoirs. The results show that after the construction of water reservoirs the complexity of streamflow temporal series (characterized by the width of multifractal spectrum) was altered, while the corresponding alteration in rainfall temporal series was not detected, indicating the influence of water reservoirs.*
- **KEYWORDS:** *Stream flow, rainfall, multiscale sample entropy.*

Referências

- BENZI, R.; PALADIN, G.; PARISI, G.; VULPIANI, A. On the multifractal nature of fully developed turbulence and chaotic systems, *Journal of Physics A: Mathematical and General*, v.17, p.3521-3531, 1984.
- BERNE, A.; DELRIEU, G.; CREUTIN, J. D.; OBLED, C. Temporal and spatial resolution of rainfall measurements required for urban hydrology, *Journal of Hydrology*, v.299, p.166-179, 2004.
- FIGLIOLA, A.; SERRANO, E.; ROSSO, O. A. Multifractal detrended fluctuation analysis of tonic-clonic epileptic seizures, *European Physics Journal Special Topics*, v.143, p.117-123, 2007.

- GU, G.-F.; ZHOU, W.-X. Detrending moving average algorithm for multifractals, *Physical Review E*, v.82, p.011136, 2010.
- HAJIAN, S.; MOVAHED, M. S. Multifractal Detrended Cross-Correlation Analysis of sunspot numbers and river flow fluctuations, *Physica A*, v.389, p.4942-4957, 2010.
- HE, L.-Y.; CHEN, S.-P. Multifractal Detrended Cross-Correlation Analysis of agricultural futures markets, *Chaos, Solitons & Fractals*, v.44, p.355-361, 2011.
- JIANG, Z.-Q.; ZHOU, W.-X. Multifractal detrending moving average cross-correlation analysis, *Physical Review E*, v.84, p.016106, 2011.
- KANTELHARDT, J. W.; ZSCHIEGNER, S. A.; KOSCIELNY-BUNDE, E., HAVLIN, S.; BUNDE, A.; STANLEY, H. E. Multifractal detrended fluctuation analysis of non stationary time series, *Physica A*, v.316, p.87-114, 2002.
- KANTELHARDT, J. W.; KONCCIELNY-BUNDE, E.; RYBSKI, D.; BRAUN, P.; BUNDE, A.; HAVLIN, S. Long-term persistence and multifractality of precipitation and river runoff records, *Journal of Geophysical Research*, v.111, p.D011106, 2006.
- MORAES, J. M.; PELLEGRINO, G. O.; BALLESTER, M. V.; MARTINELLI, L. A.; VICTORIA, R. L. Trends in Hydrological Parameters of a Southern Brazilian Watershed and its Relation to Human Induced Changes, *Water Resources Management*, v.12, p.295-311, 1998.
- MUZY, J. F.; BACRY, E.; ARNEODO, A. Wavelets and multifractal formalism for singular signals: Application to turbulence data, *Physical Review Letters*, v.67, p.3515 - 3518, 1991.
- PODOBNIK, B.; STANLEY, H. E. Detrended cross-correlation analysis: a new method for analyzing two non-stationary time series, *Physical Review Letters*, v.100, p.084102, 2008.
- ROYER, J. F.; BIAOU, A.; CHAUVIN, F.; SCHERTZER, D.; LOVEJOY, S. Multifractal analysis of the evolution of simulated precipitation over France in climate scenario, *Comptes Rendus Geoscience*, v.340, p.431-440, 2008.
- SHADKHO, S.; JAFARI, G. R. Multifractal detrended cross-correlation analysis of temporal and spatial seismic data, *European Physical Journal-B*, v.72, p.679-683, 2009.
- TELESCA, L.; LAPENNA, V. Measuring multifractality in seismic sequences, *Tectonophysics*, v.423, p.115-123, 2006.
- ZHANG, Q.; XU, C.-Y.; CHEN, J. D.; YU, Z. Multifractal detrended fluctuation analysis of stream flow series in Yangtze River basin, China, *Hydrological Processes*, v.22, p.4997-5003, 2008.
- ZHOU, W.-X. Multifractal detrended cross-correlation analysis for two non stationary signals, *Physical Review - E*, v.77, p.066211, 2008.
- ZUNINO, L.; TABAK, B. M.; FIGLIOLA, A.; PEREZ, D. G.; GARAVAGLIA, M.; ROSSO O. A. A. Multifractal approach for stock market inefficiency. *Physica - A*, v.387, p.6558-6566, 2008.

Recebido em 18.10.2013

Aprovado após revisão em 18.03.2014