

MODELO AUTORREGRESSIVO DE MÉDIA MÓVEL ESPAÇO-TEMPORAL APLICADO EM DADOS DE TEMPERATURAS MÍNIMAS MÉDIAS MENSAS

Natália da Silva MARTINS¹
Guilherme BIZ²
Vitor Augusto OZAKI³

- RESUMO: Modelos de séries temporais têm sido amplamente usados no estudo de variáveis climatológicas, principalmente em dados de temperatura e precipitação. No entanto, estes dados, além de apresentarem correlação temporal, podem também apresentar correlação espacial. Os modelos estatísticos que vêm sendo utilizados para a modelagem de dados com essas características espaço-temporais, frequentemente, não consideram a interação entre as dimensões espacial e temporal. Sendo assim, o presente artigo objetiva ajustar modelos de séries temporais capazes de considerar correlações espaço-temporais e, deste modo, modelar séries históricas de temperaturas mínimas médias mensais provenientes de estações meteorológicas descrevendo seus componentes. Modelos da classe STARMA sazonal foram ajustados e, por meio dos critérios BIC e quadrado médio dos resíduos, selecionou-se o modelo espaço-temporal STARMA(1, 0, 0) × (0, 1, 1₁). Para as séries de temperaturas mínimas médias mensais consideradas, verificou-se que a adequação do modelo e a precisão nas previsões estão diretamente relacionadas com a variação dos dados no espaço e no tempo. Em outras palavras, as localizações em que os vizinhos apresentam um comportamento espacialmente e temporalmente semelhantes das séries em estudo apresentaram um menor erro de previsão, conseqüentemente uma melhor adequação ao modelo ajustado.
- PALAVRAS-CHAVE: Correlação espaço-temporal; previsão; temperatura

¹Universidade Federal de Alfenas – UNIFAL, Instituto de Ciências Exatas – ICEX, CEP: 37130-000, Alfenas, MG, Brasil. E-mail: *natalia.martins@unifal-edu.br*

²Universidade Estadual de Londrina – UEL, Centro de Ciências Exatas – CCE, Departamento de Estatística, CEP: 86057-970, Londrina, PR, Brasil. E-mail: *gbiz@uel.br*

³Universidade de São Paulo – USP, Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”, LES, CEP: 13418-900, Piracicaba, SP, Brasil, E-mail: *vitrozaki@usp.br*

1 Introdução

Uma série temporal é um conjunto de observações, ordenadas no tempo, de qualquer fenômeno aleatório. A análise de séries temporais consiste em encontrar relações de dependência existentes temporalmente nos dados buscando identificar o mecanismo gerador da série, com o objetivo de extrair periodicidades relevantes nas observações, descrever seu comportamento e fazer previsões (BOX; JENKINS,1970).

Atualmente, observa-se que a habilidade de antecipar o comportamento do clima pode proporcionar uma melhora no gerenciamento de diversas áreas, tais como em recursos hídricos, atividades pesqueiras, contribuições nos setores de transportes, abastecimento, turismo, lazer e, especialmente, no setor agrícola.

A análise de séries temporais, aplicada a dados climatológicos, tem acenado um interesse especial, pois segundo Chechi e Bayer (2012), o clima interfere diretamente em muitas áreas determinando o sucesso ou o fracasso de vários empreendimentos agrícolas.

Hubbard (2007) salienta a importância das análises em climatologia agrícola sobre amplos aspectos agropecuários, uma vez que para determinadas culturas agrícolas, variáveis como produção, lucratividade e produtividade são condicionadas a outras variáveis de natureza climática, como, por exemplo, níveis passados de temperatura e precipitação.

Considerando a importância do conhecimento de previsões confiáveis para a variável temperatura do ar, diversos estudos vêm sendo realizados com o intuito de se obterem modelos que conduzam a estimativas cada vez mais precisas em diversas regiões do Brasil e do mundo, tais como Medeiros et al. (2005), Gillian, Rao e Rao (2006) e Silva, Guimarães e Movares (2008).

Na modelagem de séries de temperaturas do ar, os principais modelos que vêm sendo utilizados são os modelos de alisamento exponencial e modelos da classe SARIMA (autorregressivo integrado e de média móvel sazonal). Estes modelos univariados descrevem uma série temporal em um único local no espaço e consideram somente a correlação temporal. No entanto, segundo Lobella e Marshall (2010), a variável temperatura do ar, além de apresentar uma correlação temporal, também apresenta uma correlação espacial. Deste modo, o mais refinado modelo de série temporal pode ocorrer quando se o modelo considera, além da correlação temporal, a dependência entre cada região e as observações vizinhas, isto é, a correlação espacial.

Os modelos que tentam explicar essa dependência espaço-temporal são definidos como modelos autorregressivos de médias-móveis espaço-temporais (STARMA) e vêm sendo empregados em estudos de modelagem de dados espaço-temporais, como por exemplo, Adamowski e Mohamed (1987) que utilizaram uma classe do modelo STARMA para modelar o processo da vazão de chuvas, na cidade de Ontário, no Canadá. A série temporal da vazão de chuvas foi modelada segundo um STMA (12) em conjunto com uma função de transferência e utilizada para a realização de previsões futuras.

Rao e Antunes (2004) modelaram séries de temperaturas mínimas médias mensais utilizando a classe de modelos STARMA em nove regiões do Reino Unido e constataram, por meio dos resultados obtidos, a eficiência dessa classe de modelos quando comparada aos modelos SARIMA.

Em decorrência da importância da modelagem de séries de temperaturas do ar, o presente artigo tem o objetivo de ajustar um modelo da classe STARMA para as séries de temperaturas mínimas médias mensais de oito estações meteorológicas, situadas no estado do Paraná. Haja vista a relevância do estudo de modelos estatísticos de previsão no âmbito da engenharia agrícola e ambiental, este estudo busca contribuir de forma a obter modelos que conduzam a estimativas mais precisas da variável climática temperatura mínima média mensal do ar.

Este artigo encontra-se estruturado da seguinte forma: Na seção 2 será apresentada a fundamentação teórica, a qual revisa de maneira sintetizada os modelos espaço-temporais da classe STARMA. Na seção 3 serão expostos os materiais e métodos utilizados para o desenvolvimento deste. Na seção 4 serão apresentados os resultados bem como as discussões referentes ao estudo e na seção 5 finalizaremos com as considerações finais.

2 Fundamentação teórica

A classe de modelos STARMA é utilizada para descrever dados de séries temporais espacialmente localizados. Segundo Pfeifer e Deutsch (1980a), os processos passíveis de modelagem via esta classe de modelo são caracterizados por observações ordenadas no tempo de uma variável aleatória em N locais fixos no espaço, em que a dependência entre os N locais e a série temporal é incorporada ao modelo por meio da matriz de ponderação, $\mathbf{W}_{N \times N}$.

A classe de modelos STARMA é caracterizada pela dependência linear defasada no tempo e no espaço. Assume-se que as observações z_i são da variável aleatória $Z_i(t)$ sendo avaliadas em cada N local em T períodos, em que estes locais podem representar países, estados ou cidades, (PFEIFER; DEUTSCH, 1980a).

Para a construção de um modelo espaço-temporal, faz-se necessário a definição de um operador de defasagem espacial, o qual foi definido, na sua forma vetorial, por Pfeifer e Deutsch (1980a). Seja $L^{(l)}$, o operador de defasagem espacial da l -ésima ordem espacial, tal que:

$$L^{(l)}z(t) = \begin{cases} \mathbf{W}^{(0)}\mathbf{z}(t) = \mathbf{I}_N\mathbf{z}(t), & l=0 \\ \mathbf{W}^{(l)}\mathbf{z}(t), & l>0 \end{cases}$$

em que \mathbf{W} é uma matriz de ponderação quadrada, ($N \times N$), com cada linha somando 1, tendo como seus elementos os pesos $w_{ij}^{(l)}$, sendo estes diferentes de zero, se o local i e j são vizinhos da l -ésima ordem.

A especificação da forma dos pesos $w_{ij}^{(l)}$, para vários positivos l 's, é uma questão deixada para o construtor do modelo, o qual pode escolher pesos que reflitam a configuração do sistema do local. Os $w_{ij}^{(l)}$ podem ser escolhidos de

maneira a refletir propriedades físicas do sistema observado como, por exemplo, barreiras naturais tais como rios ou montanhas e até mesmo a facilidade de acesso do município i ao município j . Este último fator pode incluir especificações como o número de estradas entre i e j , a quantidade de transporte público disponível que conecta os dois, e até mesmo as taxas de fluxo sobre estas pistas, (PFEIFER; DEUTSCH, 1980b).

Segundo Pfeifer e Deutsch (1980a), os pesos refletem uma hierarquia de ordem espacial dos vizinhos, em que a primeira ordem de vizinhança é definida pelos locais de interesse mais próximos, a segunda ordem de vizinhança é definida como os vizinhos mais distantes que os da primeira ordem e mais próximos que os de terceira ordem. Na Figura 1 são apresentadas as quatro primeiras ordens de vizinhança de um sistema particular. Esta definição, de ordem espacial, representa uma ordenação em termos de distância euclidiana de todos os locais que cercam o local de interesse.

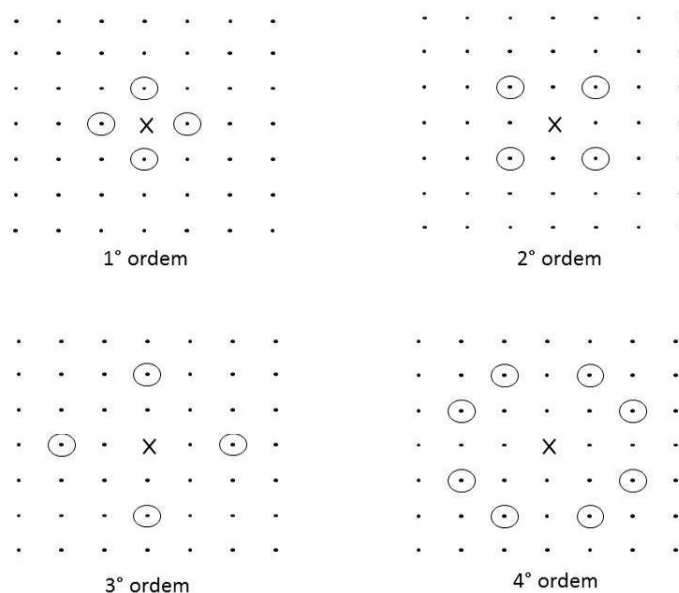


Figura 1 - Ordem espacial de um sistema, Pfeifer e Deutsch (1980a).

Martins (2013) utilizou no processo de modelagem da classe de modelos STARMA, a matriz de ponderação \mathbf{W} de ordem 0, $\mathbf{W}^{(0)}$, sendo esta a matriz identidade e a matriz de ponderação de ordem 1, $\mathbf{W}^{(1)}$, como sendo a matriz dada pelo inverso da distância euclidiana entre os locais sob estudo, como pode ser observado a seguir:

$$w_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{d_{ij}}, & i \neq j \\ 0, & i = j \end{cases}$$

em que d_{ij} é a distância euclidiana, em metros, determinada pela equação (1):

$$d_{ij} = \sqrt{(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 + \dots + (a_n - b_n)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (a_i - b_i)^2}. \quad (1)$$

em que a_i e b_i são as coordenadas geográficas, em *Universal Transverso de Mercator* (UTM), dos locais de interesse. As coordenadas são utilizadas em UTM, uma vez que essa é utilizada para corrigir a projeção cilíndrica, transformando-a em uma projeção plana.

Com as definições apresentadas, um modelo da classe STARMA pode ser expresso de maneira semelhante a séries temporais univariadas, em que $z_i(t)$ é uma combinação de observações passadas e erros. No entanto, nos modelos da classe STARMA além de se permitir dependência de $z_i(t)$ somente com observações passadas e erros do local i , é permitida a dependência com os locais vizinhos de várias ordens espaciais, (PFEIFER; STUART, 1980). Um modelo da classe STARMA, o qual considera uma componente sazonal e uma série não estacionária, pode ser representado de acordo com a equação (2), definida em Pfeifer e Deutsch (1981a):

$$\Phi_{P,\Lambda}(B^S)\phi_{P,\Lambda}(B)\nabla_S^D\nabla^d\mathbf{z}(t) = \Theta_{Q,M}(B^S)\theta_{q,m}(B) + \epsilon(t), \quad (2)$$

em que $\Phi_{P,\Lambda}(B^S) = \mathbf{I} - \sum_{k=1}^p \sum_{l=0}^{\Lambda_k} \Phi_{kl} \mathbf{W}^{(l)} B^{kS}$, $\Theta_{Q,M}(B^S) = \mathbf{I} - \sum_{k=1}^Q \sum_{l=0}^{M_k} \Theta_{kl} \mathbf{W}^{(l)} B^{kS}$, p é a ordem autorregressiva, P a ordem autorregressiva sazonal, q é a ordem de médias móveis, Q a ordem de médias móveis sazonal, Λ_k é a ordem espacial do k -ésimo termo autorregressivo, M_k é a ordem espacial do k -ésimo termo de médias móveis, Φ_{kl} , ϕ_{kl} , Θ_{kl} e θ_{kl} são os vetores de parâmetros, \mathbf{W} a matriz de ponderação, d é o número de diferenças, D é o número de diferenças sazonal, $\nabla^d = (I - B)^d$, $\nabla^D = (I - B^S)^D$, S é o período sazonal e $\epsilon_i(t)$ são erros normais aleatórios com média zero e matriz de variância e covariância $\sigma^2 \mathbf{I}$.

3 Material e método

Os dados em análise referem-se às séries históricas de temperaturas mínimas médias mensais da mesorregião Noroeste Paranaense, situada no estado do Paraná. As séries foram fornecidas pelo Grupo GESER - Gestão em Seguros e Riscos da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz" (ESALQ-USP) e são referentes a oito estações meteorológicas em que, para cada estação, têm-se as médias mensais das temperaturas mínimas, em graus celsius, de janeiro de 2000 até março de 2012.

De acordo com Montgomery, Johnson e Gardiner (1990), a escolha do método a ser adotado para previsão da variável em estudo depende de vários fatores, tais como disponibilidade de dados históricos, horizonte de previsão, precisão necessária e padrão dos dados existentes. Estes métodos envolvem análise de dados históricos para determinar o processo base gerador da série, assumindo que o mesmo é estável, usando este conhecimento para extrapolar o processo para o futuro.

Com isso, a metodologia empregada neste artigo é a de Box-Jenkins estendida por Pfeifer e Deutsch (1980a), a qual consiste em um processo iterativo de quatro estágios, sendo estes o de identificação do modelo, estimação dos parâmetros, verificação da adequação do modelo identificado e previsão. Caso algum estágio do processo não tenha sucesso deve-se voltar imediatamente ao estágio de identificação certificando a validade da metodologia.

Muitas vezes, no processo de identificação do modelo são identificados mais de um modelo, deste modo, para a escolha do melhor modelo utiliza-se o critério de Informação Bayesiano (BIC), definido em Rao e Antunes (2004), apresentado na equação (3), o princípio da parcimônia que consiste em escolher o modelo com menor número de parâmetros possível e o erro quadrático médio (EQM) apresentado na equação (4):

$$BIC = NT\ln(\sigma^2) + 2k\ln(T,) \quad (3)$$

$$EQM = \sum_{t=T+1}^{T+m} \frac{E_i^2}{m}, \quad (4)$$

em que σ^2 corresponde a estimativa da variância residual, k o número de parâmetros, N o número de regiões, T o tamanho da série histórica, $E_i = VR_i - VP_i$ (VR: valor real e VP: valor previsto) e m é o número total de previsões um passo a frente.

Para validar o modelo identificado, as últimas 6 observações de temperaturas mínimas médias mensais, referentes aos meses de novembro a abril, foram retiradas do processo de análise. Assim, com o modelo definido serão realizadas previsões 1 passo a frente para os seis seguintes meses, que serão comparadas com as observações reais retiradas anteriormente, por meio do EQM. As análises serão realizadas no *software* R na versão 2.15.1, (R Core Team, 2012).

4 Resultados e discussão

Esta seção apresenta e discute os resultados obtidos dentro da pesquisa realizada com a utilização das ferramentas selecionadas e a aplicação das mesmas na identificação do modelo mais adequado para realização de previsões.

Em posse das séries de temperaturas mínimas médias mensais das estações meteorológicas realizou-se as análises descritivas das mesmas, apresentadas na Tabela 1:

Por meio da Tabela 1, é possível observar a semelhança das estatísticas descritivas entre as estações, isto é, a proximidade nos valores médios mensais, variâncias, máximos e mínimos da variável temperatura mínima média mensal. Essa semelhança observada garante, segundo Martin e Oeppen (1975), a estacionariedade espacial. Verifica-se, também, que a estação 45 apresentou o menor valor médio e a maior variabilidade para a variável em questão.

Outra forma de analisar, descritivamente, as séries estudadas é por meio da análise gráfica. A Figura 2 apresenta as séries históricas de temperaturas

Tabela 1 - Medidas descritivas das séries de temperaturas mínimas médias mensais das estações meteorológicas em estudo

Estação	Média	Variância	Máximo	Mínimo	Assimetria
02	18,37	8,53	22,94	10,57	-0,44
03	18,00	8,92	22,41	9,97	-0,45
04	18,28	8,80	22,48	10,44	-0,44
06	17,94	10,3	22,22	10,23	-0,41
43	17,65	8,06	22,14	10,27	-0,43
44	18,17	8,02	22,47	10,09	-0,48
45	15,97	13,5	21,25	7,42	-0,38
47	18,08	8,99	22,93	9,87	-0,41

mínimas médias mensais das estações meteorológicas, na qual é possível observar a semelhanças das séries e a presença de uma periodicidade bem definida, a qual se repete anualmente. Este comportamento sugere a presença de uma componente sazonal.

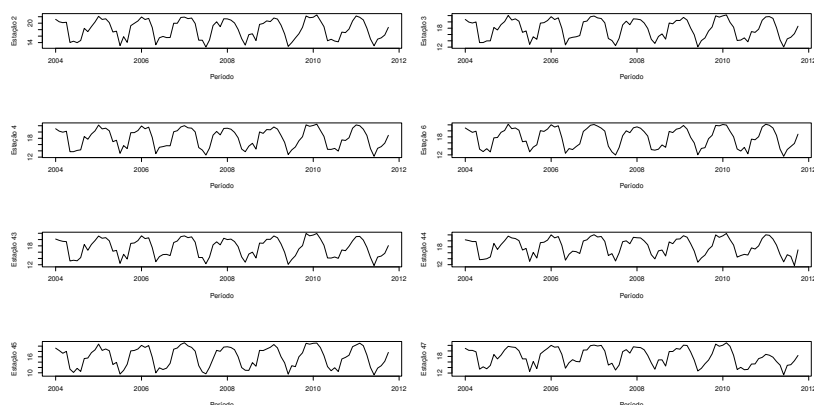


Figura 2 - Séries históricas, de temperaturas médias mínimas mensais, das 8 estações meteorológicas do Paraná.

Para avaliar o comportamento sazonal das séries, bem como identificar possíveis modelos utilizar-se-ão os valores da autocorrelação espaço-temporal, que se encontram nas funções de autocorrelações espaço-temporais (FACST) de ordem 0 e de ordem 1, expostas na Figura 3:

Como as séries históricas de temperaturas mínimas médias mensais apresentam um comportamento sazonal observado nas Figuras 2 e 3, corroborando com os resultados obtidos por Chechi e Bayer (2012), faz-se necessário a utilização de uma diferença sazonal de ordem $S = 12$, visto que a periodicidade é anual.

Realizada a diferença sazonal nas séries de temperaturas mínimas médias mensais identificou-se, por meio da FACST e da função de autocorrelação parcial espaço-temporal (FACPST) de ordens 0 e 1, apresentadas na Figura 4, os parâmetros de ordens autorregressivas (ϕ, Φ) e de médias-móveis (θ, Θ).

Nota-se, observando a Figura 4, a dificuldade em se identificar um modelo da classe STARMA, uma vez que há vários valores de autocorrelação espaço-temporal fora dos intervalos, assim como Pfeifer e Deutsch (1980a) relatam em seu artigo. Considerando essa dificuldade, os parâmetros de ordens autorregressivas espaço-temporais e de médias móveis espaço-temporais selecionados para compor os possíveis modelos foram destacados, conforme pode ser observado na Figura 4.

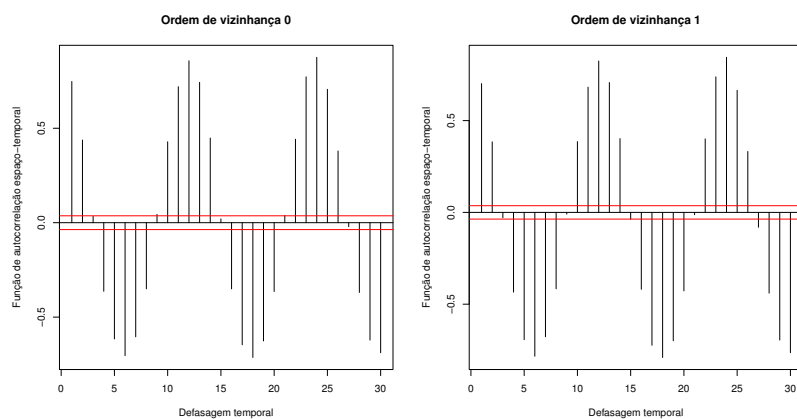


Figura 3 - FACST de ordem 0 e de ordem 1.

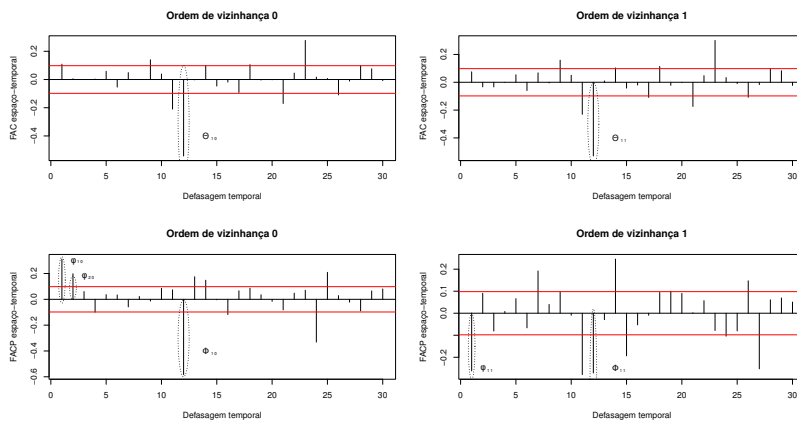


Figura 4 - FACST e FACPST de ordem 0 e de ordem 1.

Combinando as autocorrelações espaço-temporais e as autocorrelações parciais espaço-temporais, verifica-se que vários modelos podem ser identificados. Sendo estes apresentados, juntamente com o valor de BIC, na Tabela 2:

Tabela 2 - Modelos STARMA identificados com seus respectivos valores de BIC

Modelo	BIC
STARMA (1, 0, 0) × (0, 1, 1 ₁)	476,74
STARMA (2, 0, 0) × (0, 1, 1 ₁)	477,69
STARMA (3, 0, 0) × (0, 1, 1 ₁)	485,29
STARMA (1, 0, 0) × (11, 1, 1 ₁)	488,73
STARMA (2 ₁ , 0, 14) × (1, 1, 1 ₁)	483,31
STARMA (3 ₁ , 0, 14) × (0, 1, 1 ₁)	481,06
STARMA (3 ₁ , 0, 14) × (11, 1, 1 ₁)	489,67

O modelo previamente escolhido foi o STARMA(1, 0, 0) × (0, 1, 1₁), uma vez que este apresentou o menor valor de BIC e o princípio da parcimônia, quando comparado aos demais modelos. Entretanto, há necessidade de um estudo mais detalhado, fazendo-se necessário uma análise dos resíduos, para a escolha do modelo final.

Para tanto, com os modelos identificados e seus respectivos parâmetros estimados, realizou-se a análise de resíduos. Foi possível verificar que estes são normalmente distribuídos (teste de Shapiro-Wilk, valor p > 5%) em torno de zero com variância constante. No entanto, nas FACST e FACPST dos resíduos notou-se a presença de autocorrelações fora do intervalo de confiança, sendo que o modelo STARMA(1, 0, 0) × (0, 1, 1₁) foi o modelo capaz de captar o maior número de autocorrelações.

Deste modo, o modelo escolhido foi o STARMA(1, 0, 0) × (0, 1, 1₁), apresentado na equação (5):

$$Z(t) = 0,0635z(t - 1) - 0,724\epsilon(t - 12) + 0,0365W^{(1)}\epsilon(t - 12) + \epsilon(t). \quad (5)$$

Com o modelo escolhido e validado, foram realizadas previsões de temperaturas mínimas médias dos seis meses seguintes (novembro, dezembro, janeiro, fevereiro, março e abril), as quais foram comparadas com os valores reais. De posse dos valores reais e previstos foi possível o cálculo do EQM, (Tabela 3).

Observa-se na Tabela 3 um EQM relativamente pequeno (em torno de 1,5 °C), com exceção a estação 45 que apresentou valor superior as demais (4,09 °C). Segundo Pfeifer e Deutsch (1981b), essa diferença entre os valores reais e previstos pode ser decorrente de dois fatores: a matriz de covariâncias dos erros pode ser diferente de $\sigma^2\mathbf{I}_{N \times N}$ ou a estação meteorológica não apresenta tanta similaridade com as demais estações, o que poderia ser confirmado pela maior variabilidade nos valores das temperaturas mínimas médias mensais, como visto na Tabela 1.

Tabela 3 - Erro quadrático médio de previsão das temperaturas mínimas médias realizadas com o modelo STARMA

Estação	Erro quadrático médio
Estação 2	1,40
Estação 3	0,91
Estação 4	1,38
Estação 6	1,19
Estação 43	1,71
Estação 44	1,91
Estação 45	4,09
Estação 47	1,37

Com este resultado, nota-se que para as séries de temperaturas mínimas médias mensais consideradas, verifica-se que a adequação do modelo e a precisão nas previsões estão diretamente relacionadas com a variação dos dados no espaço e no tempo. Em outras palavras, as localizações em que os vizinhos apresentam um comportamento espacialmente e temporalmente semelhantes das séries, em estudo, o erro de previsão é menor, conseqüentemente, há uma melhor adequação ao modelo ajustado.

No entanto, de uma maneira geral, a classe de modelos STARMA mostrou-se eficiente para a previsão de temperaturas mínimas médias mensais, corroborando com os resultados obtidos por Rao e Antunes (2004) e Gillian, Rao e Rao (2006).

Com os resultados obtidos das análises constatou-se que a série histórica de temperatura mínima média mensal é estacionária e apresenta uma componente sazonal, a qual foi captada com uma diferença de ordem 12. O modelo ajustado nesse estudo apresenta o mesmo número de parâmetros que o modelo ajustado por Rao e Antunes (2004) e dois parâmetros a mais que o ajustado por Pfeifer e Deutsch (1981a).

Devido aos resultados satisfatórios obtidos com o ajuste do modelo, pode-se dizer que as observações do passado recente são influenciadas por observações de um passado distante e que observações de locais próximos influenciam mais que observações de locais distantes, conforme Medeiros et al. (2005) e Cheng et al. (2008) relataram em seus resultados.

Considerações finais

De maneira geral, com os resultados obtidos, por meio dos ajustes considerando a classe de modelos STARMA, concluiu-se que estes modelos são uma ferramenta de previsão precisa, produzindo observações futuras satisfatórias. E, deste modo, tornam-se uma classe de modelos alternativa àquelas utilizadas para se modelar dados climáticos. Uma vantagem desse modelo é a capacidade de se levar em conta a correlação espacial presente entre as estações meteorológicas.

Agradecimentos

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro.

MARTINS, N. S.; BIZ, G.; OZAKI, V. A. Autoregressive moving average model applied to spatial-temporal data on average monthly minimum temperatures. *Rev. Bras. Biom.*, São Paulo, v.32, n.1, p.158-169, 2014.

- **ABSTRACT:** *Time series models have been widely used in the study of climatological variables, focused in temperature and precipitation. However, these data, in addition to temporal correlation may also exhibit spatial correlation. The statistical models that have been used for modeling these data often do not consider the interaction between the spatial and temporal dimensions. Therefore, this article aims to adjust time series models considering the spatio - temporal correlations and thus modeling historical series of minimum temperatures from meteorological stations. Seasonal models (STARMA) were also adjusted and through the criteria BIC and the average squared residuals, we selected the model STARMA $(1, 0, 0) \times (0, 1, 1_1)$. For the series of minimum temperatures considered if verify that the adequacy of the model and the accuracy of the predictions are directly related to the variation of the data in space and time. In other words , the locations where the neighbors have a spatially and temporally similar behavior shown a lower prediction error.*
- **KEYWORDS:** *Correlation spatio-temporal; forecasting; temperature.*

Referências

- ADAMOWSKI, K.; MOHAMED, F.B. Space-time modelling of rainfall-runoff process. *IAHS*, v.5, n.168, p.269-280, 1987.
- BOX, G. E. P.; JENKINS, G.M. *Time Series Analysis, Forecasting and Control*. São Francisco: Holden Day. 1970. 562p.
- CHECHI, L.; BAYER, F.M. Modelos univariados de séries temporais para previsão das temperaturas médias mensais de Erechim, RS. *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola Ambiental*, v.16, n.12, p.1321-1329, 2012.
- CHENG, T. et al. A hybrid approach to model nonstationary space-time series. *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, v.37, p.195-202, 2008.
- GILLIAN, H. L.; RAO, S.S.; RAO, T.S. Statistical analysis and time-series models for minimum/maximum temperatures in the Antarctic Ppeninsula. *The Royal Society*, v.463, n.2077, p.241-259, 2006.
- HUBBARD, K. G. Agricultural climatology. *Journal of Service Climatology*, n.2, v.1, p.1-9, 2007.

- LOBELLA, D. B.; MARSHALL, B.B. On the use of statistical models to predict crop yield responses to climate change. *Agricultural and Forest Meteorology*, v.150, n.11, p.1443-1452, 2010.
- MARTINN, R. L.; OEPPEN, J.E. The identification of regional forecasting models using space-time correlation functions. *Trans. Inst. Brit. Geogr.*, v.66, p.95-118, 1975.
- MARTINS, N. S. *Modelos autorregressivos e de médias móveis espaço-temporais (STARMA) aplicados a dados de temperatura*. 117f. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agronômica)- Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”, Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2013.
- MEDEIROS, S. S. et al. Estimativas e espacialização das temperaturas do ar mínimas, médias e máximas na região nordeste do Brasil. *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental*, v.9, n.2, p.247-255, 2005.
- MONTGOMERY, D. C.; JOHNSON, L.A.; GARDINER, J.S. *Forecasting and time series analysis*. New York: McGraw Hill Higher Education, 1990. 304p.
- PFEIFER, P. E.; DEUTSCH, S. J. A three-stage iterative procedure for space-time modeling. *Technometrics*, Atlanta, v.22, n.1, p.35-47, 1980a.
- PFEIFER, P. E.; DEUTSCH, S. J. Identification and interpretation of first-order space-time arma models. *Technometrics*, Atlanta, v.22, n.2, p.397-408, 1980b.
- PFEIFER, P. E.; DEUTSCH, S. J. Seasonal space-time arima modeling. *Geographical Analysis*, v.13, n.2, p.117-133, 1981a.
- PFEIFER, P. E.; DEUTSCH, S.J. Space-time arma modeling with contemporaneously correlated innovations. *Technometrics*, Atlanta, v.23, p.401-409, 1981b.
- PFEIFER, P. E.; STUART, J. D. A starima model-building procedure with application to description and regional forecasting. *Technometrics*, Atlanta, v.5, n.3, p.330-349, 1980.
- R Core Team. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. Vienna, Austria, 2012. ISBN 3-900051-07-0. Disponível em: < [http : //www.R – project.org/](http://www.R-project.org/) > .
- RAO, T. S.; ANTUNES, A. M. C. Spatio-temporal modelling of temperature time series: A comparative study. *Time Series Analysis and Applications to Geophysical Systems*, v.139, p.123-150, 2004.
- SILVA, M. I. S.; GUIMARÃES, E. C.; MOVARES, T. Previsão de temperatura média mensal de Uberlândia-MG, com modelos de séries temporais. *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental*, v.12, n.5, p.480-485, 2008.

Recebido em 08.05.2013.

Aprovado após revisão em 23.04.2014.