

CURVAS DE LACTAÇÃO DE BOVINOS DA RAÇA HOLANDESA E MISTIÇOS DO MUNICÍPIO DE CASTRO, PARANÁ

Anderson Paulo SCORSATO¹
Vinícius MENARIN¹
Suely Ruiz GIOLO¹

- **RESUMO:** O estudo da produção leiteira, usualmente realizado por meio do ajuste de curvas de lactação, possibilita um melhor entendimento do comportamento do rebanho, auxiliando na tomada de decisões a fim de aumentar a produtividade e obter melhores resultados. Modelos não-lineares com a inclusão de covariáveis foram utilizados para obtenção de curvas de lactação associadas à produção ao primeiro parto de fêmeas da raça Holandesa. Nesses modelos há medidas de interesse do produtor, como tempo de pico e persistência. A amostra utilizada foi de registros da produção de 557 fêmeas no período de janeiro de 2008 a maio de 2012. As covariáveis disponíveis foram: idade do animal, grupo, número de ordenhas diárias e porte do produtor. Dentre vários modelos propostos na literatura, escolheu-se o que melhor se ajustava por meio do critério de Akaike (AIC), da correlação linear de Pearson e da log-verossimilhança. O critério AIC foi adotado também para a escolha das covariáveis significativas. O modelo de Wood foi o que apresentou menor AIC, maiores log-verossimilhança e correlação de Pearson. As covariáveis significativas foram o número de ordenhas e o grupo racial. O tempo de pico estimado foi de 3,86 meses, e a persistência foi estimada em 3,35.
- **PALAVRAS-CHAVE:** Modelo não-linear; modelo de Wood; produção leiteira; persistência; tempo de pico.

1 Introdução

A produção de leite e de seus derivados desempenha um papel importante no cenário econômico nacional e internacional. A produção brasileira vem crescendo nos últimos anos, sendo responsável por mudanças tanto no aspecto econômico quanto social. No primeiro quesito é um peso positivo na balança comercial e na geração de renda. Já no aspecto social, auxilia na geração de empregos, manutenção da população do meio rural ou melhoria da qualidade de vida em locais distantes dos aglomerados urbanos (CAPUCHO, 2010; NERO, VIÇOSA e PEREIRA, 2009).

No ano de 2010, o Estado do Paraná produziu 3.595.775.000 litros de leite, participando com 11,7% da produção brasileira. A produtividade média diária das vacas foi superior à média nacional, atingindo 10,9 litros. Entretanto, foi também observada uma grande diferenciação conforme o porte e nível tecnológico dos produtores, com tal média diária variando de 7,1 a 18,5 litros, não sendo incomum encontrar rebanhos nas

¹ Universidade Federal do Paraná - UFPR, Centro Politécnico, Departamento de Estatística, CEP 81.531-990, Curitiba, Paraná, Brasil. Email: apscorsato@yahoo.com.br; vinicius.menarin@gmail.com; giolo@ufpr.br

regiões com nível tecnológico mais avançado com média diária ultrapassando 30 litros. As principais bacias leiteiras do Estado encontram-se no Centro Oriental (Campos Gerais), Oeste e Sudoeste, as quais concentram 48,5% dos produtores e 53% da produção estadual de leite (MEZZADRI, 2012). Na região dos Campos Gerais está localizado o município de Castro, que é o maior produtor nacional de leite, com 180 milhões de litros de leite produzidos em 2010 (MEZZADRI, 2012).

Para auxiliar os produtores na adequação de técnicas de alimentação e manejo das vacas, bem como na previsão da produção em determinado estágio da lactação e na tomada de decisões quanto ao descarte e seleção de animais, curvas de lactação são comumente utilizadas (GONÇALVES, 1994; COBUCI et al., 2001). A curva de lactação é a representação gráfica da produção de leite diária de uma vaca a partir do parto até a secagem. Tal curva é usualmente composta por três fases: ascendente, pico e descendente. A ascendente representa a fase em que a produção de leite aumenta até atingir o seu ponto máximo (pico de lactação); enquanto a descendente representa a fase de declínio até o momento da secagem. A maneira com que ocorre este declínio determina se a curva de um animal é persistente. É desejável que a queda na produção após o pico seja suave, ou seja, que haja maior persistência da lactação (ZADRA, 2012).

Para avaliação dos animais quanto à persistência e pico de lactação, modelos de regressão, que permitem a estimação de tais quantidades, têm sido utilizados (FARO e ALBUQUERQUE, 2002). Muitos dos modelos propostos na literatura para o ajuste de curvas de lactação são modificações do modelo de Wood (WOOD, 1967). Dentre eles, o mais conhecido é o modelo gama incompleta, seja na sua forma não-linear ou linearizada. No que diz respeito aos modelos não-lineares, informações de interesse que podem ser obtidas a partir dos mesmos são: a produção inicial, o tempo de pico, a produção no pico e a persistência, que determina a constância na produção de leite durante o período de lactação (ZADRA, 2012).

Neste artigo, modelos não-lineares e intrinsecamente lineares foram utilizados para obtenção de curvas de lactação associadas à produção de leite ao primeiro parto de fêmeas da raça Holandesa do município de Castro, Paraná. Com base em tais modelos, é avaliada a influência na produção de leite, dentre outros, do número de ordenhas e do grupo racial dos animais, bem como são estimados parâmetros associados a esta produção, como a persistência e o pico de lactação.

2 Material e métodos

2.1 Material

A partir da base de dados fornecida pela Associação Paranaense dos Criadores de Bovinos da Raça Holandesa (APCBRH), contendo registros da produção leiteira de Castro de janeiro de 2008 a maio de 2012, foi selecionada uma amostra de 557 fêmeas da raça Holandesa com idade no primeiro parto superior a 1 ano e que tinham disponíveis todas as medidas de produção de leite associadas ao primeiro parto sem interrupções.

Os registros da produção de leite foram realizados uma vez por mês em cada fêmea, sendo também registradas informações sobre: a) a idade da fêmea no primeiro parto (em dias); b) o grupo racial (puro ou não-puro); c) o número de ordenhas diárias (duas ou três); e; d) o porte do produtor de acordo com o número de animais (pequeno, médio ou grande).

Uma vez os animais que compõem a amostra selecionada estarem restritos ao primeiro parto, ressalta-se que as curvas de lactação discutidas neste artigo refletem a produção leiteira associada somente ao primeiro parto de fêmeas da raça Holandesa e mestiças do município de Castro.

2.2 Métodos

Vários modelos têm sido propostos com o objetivo de descrever as curvas de lactação com maior precisão (OLIVEIRA et al., 2007). Tais modelos são usualmente expressos em termos de funções lineares, intrinsecamente lineares ou não-lineares. A Tabela 1 apresenta diversos desses modelos, em que $y(t)$ denota a produção total de leite no instante t , com t o tempo decorrido do parto até a data do controle leiteiro. As notações a , b , c e d indexam os parâmetros específicos de cada modelo, os quais descrevem características da forma da curva de lactação (SANTOS, 2012).

Tabela 1 - Modelos usualmente utilizados no ajuste de curvas de lactação

Modelo	Tipo	Autor	Função
1	LIN	Dave (1971)	$y(t) = a + bt + ct^2$
2	LIN	Santos (2012)	$y(t) = a + bt + ct^2 + dt^3$
3	LIN	Singh e Gopal (1982)	$y(t) = a + bt + c \ln t$
4	LIN	Bianchini Sobrinho (1984)	$y(t) = a + bt + ct^2 + d \ln t$
5	LIN	Bianchini Sobrinho (1984)	$y(t) = a + bt + c/t$
6	INLIN	Brody et al.(1924)	$y(t) = a \exp(-ct)$
7	INLIN	Wood (1967)	$y(t) = at^b \exp(-ct)$
8	NLIN	Sikka (1950)	$y(t) = a \exp(bt - ct^2)$
9	NLIN	Dhanoa (1981)	$y(t) = at^{bc} \exp(-ct)$
10	NLIN	Jenkins e Ferrell (1984)	$y(t) = \frac{a}{t} \exp(-ct)$
11	NLIN	Papajcsik e Boderó (1988)	$y(t) = at \exp(-ct)$
12	NLIN	Cappio-Borlino et al. (1995)	$y(t) = at^{bc} \exp(-ct)$

LIN = linear, INLIN = intrinsecamente linear e NLIN = não-linear.

Dentre os modelos na Tabela 1, foram ajustados os modelos intrinsecamente lineares e não-lineares, sendo que o que se mostrou mais adequado aos dados analisados neste trabalho foi o modelo de Wood (1967). Corroborando o que foi constatado por Molento e colaboradores (2004), modelos matemáticos com pontos de produção máxima, como o de Wood, são os melhores candidatos para descrever as curvas de lactação das vacas holandesas criadas no Estado do Paraná. Para tal escolha foram calculadas as correlações de Pearson entre as curvas observadas e estimadas pelo modelo, bem como realizada análise visual gráfica dessas curvas. Em tal modelo foram, adicionalmente, incluídas algumas variáveis a fim de avaliar se estas estariam influenciando a produção leiteira. São elas: x = (idade da fêmea no primeiro parto, número de ordenhas, grupo racial da fêmea e

porte do produtor). Para auxiliar nesta avaliação, foi utilizado o critério de informação de Akaike (AIC) (AKAIKE, 1974).

No modelo de Wood o tempo de pico e a persistência são estimados respectivamente por (CKROH e COIMBRA, 2005):

$$t_p = b/c$$

$$P = -(b + 1) \ln c$$

No que se refere à verificação da qualidade de ajuste do modelo selecionado, foi realizada análise gráfica dos resíduos para avaliar os pressupostos associados ao modelo, ou seja, a homocedasticidade de variâncias e a normalidade (PINHEIRO e BATES, 2000). Adicionalmente, foi também realizada análise gráfica das curvas de lactação observadas e estimadas pelo modelo, com o coeficiente de correlação de Pearson sendo calculado para quantificar a proximidade de tais curvas.

Para a análise dos dados e ajuste dos modelos foi utilizado os recursos do *software* R (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2013).

3 Resultados e discussão

3.1 Análise exploratória

A partir da Figura 1a, que apresenta a curva associada à produção média de leite ao longo do tempo, é possível observar um crescimento na produção nos primeiros meses, com pico no terceiro mês pós-parto, seguido de um declínio aproximadamente linear nos meses subsequentes. Quanto à variabilidade da produção de leite ao longo do tempo, observa-se a partir da Figura 1 que esta é relativamente grande, porém similar no decorrer do tempo, sugerindo variâncias constantes ao longo do tempo. No geral, foi observada uma produção diária média de 30,8 kg e mediana de 30,6 kg, assim como produção diária mínima e máxima de 3 e 69 kg, respectivamente, com desvio-padrão de 8,9.

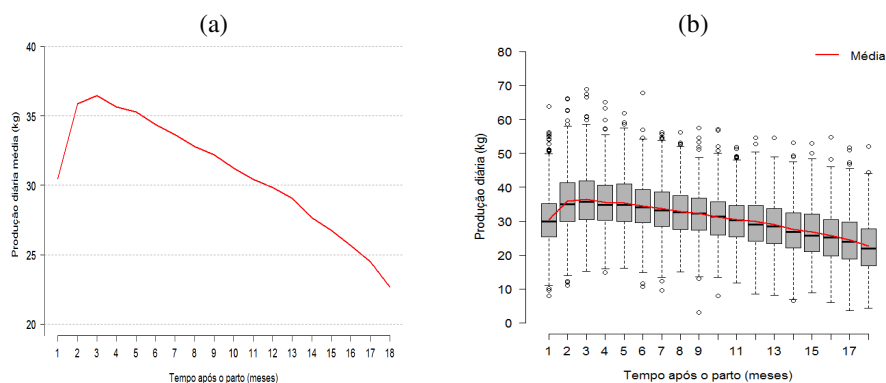


Figura 1 - (a) curva da produção diária média (em kg) ao longo do tempo (em meses) associada ao primeiro parto de bovinos da raça Holandesa e mestiços provenientes de Castro, Paraná, e (b) box-plots mostrando a variabilidade da produção diária em torno da curva média.

Dentre as variáveis que possivelmente auxiliam a explicar a variabilidade na produção de leite foram investigadas neste trabalho: a idade do animal no primeiro parto; o número de ordenhas (duas ou três); o grupo racial do animal (puro ou não-puro) e; o porte dos produtores (pequeno, médio ou grande). Dos 557 animais foram observadas duas ordenhas para 62% e três ordenhas para 38%, bem como 68% classificados como puros e 32% como não-puros (misturas de raças). Ainda, dos 46 produtores, 43,5% foram classificados como pequenos (menos de 9 animais), 47,8% como médios (entre 9 e 30 animais) e 8,7% como grandes (30 ou mais animais).

A variável porte do produtor foi criada para detectar possíveis diferenças não detectadas diretamente entre os produtores (ordenha manual ou mecânica, situação financeira, nível de mecanização e infraestrutura da propriedade, etc.).

As curvas mostradas na Figura 2 indicam que a produção média foi maior entre os animais com três ordenhas diárias. Ainda, e como esperado, grandes produtores produziram mais do que os médios, que por sua vez produziram mais do que os pequenos. As diferenças entre as produções destes produtores não foram, contudo, muito acentuadas. Também não se observou diferença muito grande entre os animais puros e mestiços.

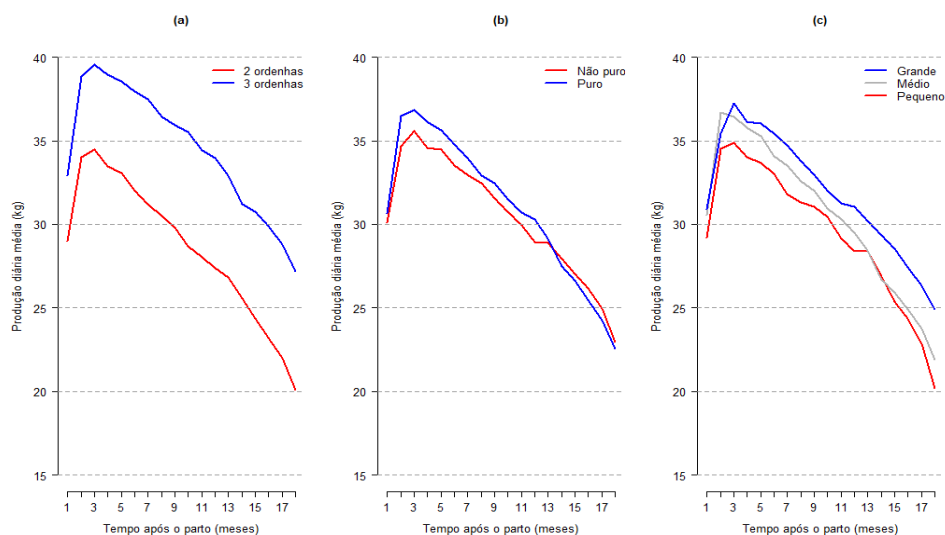


Figura 2 - Produção diária (em kg) dos animais da raça Holandesa e mestiços, de acordo com (a) número de ordenha; (b) o grupo racial dos animais e; (c) porte do produtor de leite.

3.2 Resultados do modelo não-linear ajustado

Os modelos intrinsecamente lineares e não-lineares apresentados na Tabela 2 foram ajustados aos dados de produção de leite obtendo-se os valores de AIC, logaritmo da função de verossimilhança (l) e coeficientes de correlação de Pearson (r).

Com base em tais valores, optou-se pelo modelo de Wood (Modelo 2), por ter apresentado o menor valor AIC e os maiores valores para l e r .

Tabela 2 - AIC, logaritmo da função da verossimilhança (l) e coeficiente de correlação de Pearson (r) associados aos modelos ajustados aos dados de bovinos da raça Holandesa e mestiços

Modelo	Tipo	Função	AIC	l	r
1	INLIN	$y(t) = a \exp(-ct)$	70.442,9	-35.218,4	0,8801
2	INLIN	$y(t) = at^b \exp(-ct)$	69.935,1	-34.963,6	0,9882
3	NLIN	$y(t) = a \exp(bt - ct^2)$	70.071,2	-35.031,6	0,9610
4	NLIN	$y(t) = at^{bc} \exp(-ct)$	69.935,1	-34.963,6	0,9882
5	NLIN	$y(t) = \frac{a}{t} \exp(-ct)$	81.761,1	-40.877,5	-0,3555
6	NLIN	$y(t) = at \exp(-ct)$	74.275,6	-37.134,8	0,7097
7	NLIN	$y(t) = at^{bc} \exp(-ct)$	70.369,8	-35.180,9	0,8970

A Tabela 3 mostra as estimativas obtidas para o modelo de Wood, que na presença de ambas as variáveis mencionadas ficou expresso por:

$$\hat{y}(t) = \hat{a}(\mathbf{x})t^{\hat{b}} \exp(-\hat{c}t) = (\hat{a}_0 + \hat{a}_1x_1 + \hat{a}_2x_2)t^{\hat{b}} \exp(-\hat{c}t) \\ = (24,02 + 6,08x_1 + 1,21x_2)t^{0,28} \exp(-0,07t),$$

para t entre 0 e 18 meses, x_1 e x_2 assumindo os valores 0 e 1 tal qual definidos abaixo, bem como b e c denotando a fase de ascensão média na fase pré-pico de produção e a taxa média de declínio da produção após o pico, respectivamente.

Tabela 3 - Estimativas dos parâmetros associados ao modelo de Wood selecionado

Parâmetros	Estimativas	Erro padrão	Estatística t	P-valor
a_0	24,02	0,359	68,8	<0,00001
a_1 (ordenhas = 3)	6,08	0,152	40,1	< 0,00001
a_2 (grupo racial= puro)	1,21	0,157	7,7	< 0,00001
b	0,28	0,012	22,5	< 0,00001
c	0,07	0,002	34,5	< 0,00001

Considerando a inclusão, no modelo de Wood, das variáveis mencionadas na análise exploratória, observou-se efeito significativo para: o número de ordenhas e o grupo racial do animal. Para incluí-las no modelo foram consideradas variáveis *dummy* tais que:

$$X_1 = \begin{cases} 0 & \text{se duas ordenhas} \\ 1 & \text{se três ordenhas} \end{cases} \quad e \quad X_2 = \begin{cases} 0 & \text{se não - puro} \\ 1 & \text{se puro} \end{cases}.$$

Quanto à adequação do modelo ajustado, é possível concluir, a partir da análise gráfica dos resíduos mostrada na Figura 3, que os resíduos encontram-se distribuídos aleatoriamente em torno de zero e sem desvios sérios da distribuição normal. Ainda, é possível observar a partir da Figura 4 que as curvas estimadas pelo modelo estão próximas das curvas observadas (com correlações acima de 0,93), indicando ajuste satisfatório do modelo aos dados.

Com base no modelo ajustado, tem-se que o tempo de pico estimado é de 3,86 meses. As produções médias estimadas, nesse tempo de pico, para animais puros com duas e três ordenhas diárias são 33,82 e 39,9 kg, respectivamente; para animais não-puros, 32,61 e 38,7 kg, respectivamente. Além disso, tem-se persistência estimada em 3,35.

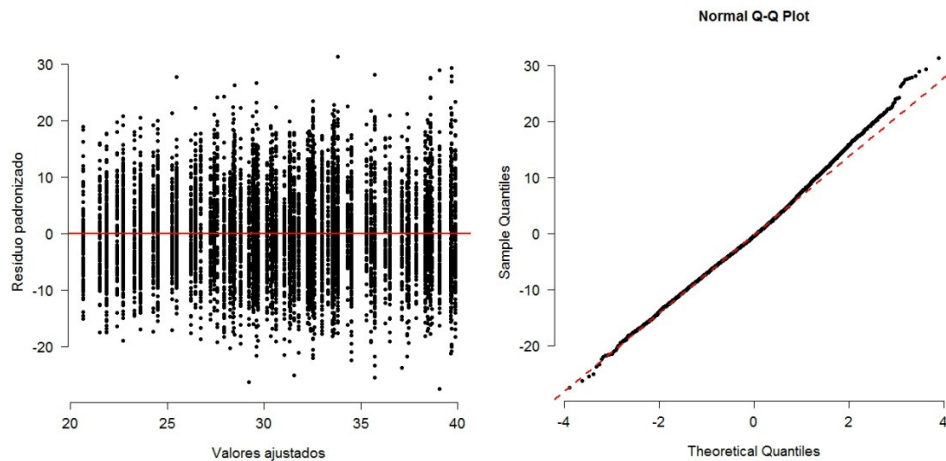


Figura 3 - Análise dos resíduos do modelo não-linear ajustado para bovinos da raça Holandesa e mestiços.

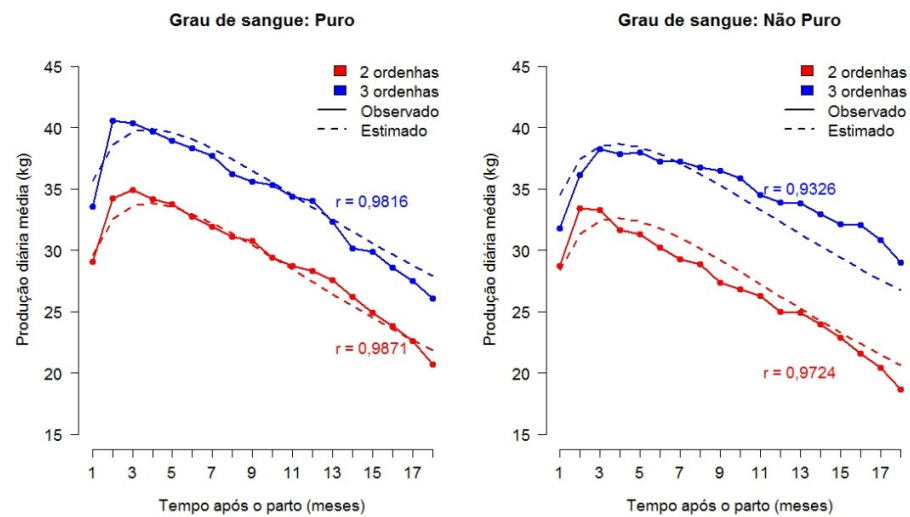


Figura 4 - Modelo não-linear ajustado para bovinos da raça Holandesa e mestiços com as correlações entre as curvas observadas e estimadas.

Quanto à interpretação das estimativas dos parâmetros, esta foi feita em função da razão entre as produções no pico para cada nível das variáveis no modelo (Tabela 4). Deste modo, estima-se que animais não-puros ordenhados três vezes ao dia produzam, em média, 18,7% a mais no pico da produção do que os ordenhados duas vezes ao dia. Quanto aos animais puros com três ordenhas, estima-se que estes produzam, em média, 18% a mais do que aqueles com duas ordenhas. Esse efeito foi menor quando foram comparados os animais puros *versus* os não-puros, para duas ou três ordenhas; de 3% a 4% a mais, em média, no pico de produção.

Tabela 4 - Razão entre as produções estimadas no pico de produção de acordo com as variáveis remanescentes no modelo de Wood ajustado para os bovinos da raça Holandesa e mestiços.

Grupo racial	Ordenhas	Efeito	Ordenhas	Grupo racial	Efeito
Não-puro	3 vs 2	1,1866	2	Puro vs Não-puro	1,0370
Puro	3 vs 2	1,1799	3	Puro vs Não-puro	1,0312

* Valores obtidos para o tempo de pico estimado (3,86).

Conclusões

Dentre os diversos modelos matemáticos propostos na literatura, o modelo de Wood (1967) foi o que melhor se ajustou aos dados.

Neste artigo, o modelo de Wood foi estendido no sentido de incorporar variáveis ao mesmo, avaliando-as quanto a suas respectivas influências na produção de leite ao primeiro parto de fêmeas da raça Holandesa do município de Castro, Paraná. Dentre as covariáveis avaliadas, apresentaram efeito significativo: o número de ordenhas (duas ou três) e o grupo racial do animal (puro ou não puro).

De acordo com os resultados obtidos, fêmeas da raça Holandesa com grupo racial puro e ordenhadas três vezes ao dia, foram as que apresentaram melhor desempenho quanto à produção de leite associada ao primeiro parto, com produção média no pico estimada em 39,9 kg.

Assim, conclusões advindas de modelos como o considerado neste trabalho podem auxiliar os produtores a optarem por aqueles animais e quantidade de ordenhas que possam trazer um ganho significativo na produção de leite. Investigação adicional de outras covariáveis (como tipo de alimentação oferecida aos animais, entre outras), embora não disponíveis para este particular estudo, pode também enriquecer futuras análises.

Dessa forma, quanto mais produtores puderem se beneficiar de resultados de estudos como o apresentado, crescem as chances de um aumento na produção leiteira da região como um todo, trazendo benefícios para a economia e as demais áreas que são afetadas pela cadeia produtiva do leite.

SCORSATO, A. P.; MENARIN, V.; GIOLO, S. R. Lactation curves of dutch and crossbreed bovines from Castro, Paraná. *Rev. Bras. Biom.*, São Paulo, v.32, n.2, p.216-225, 2014.

- **ABSTRACT:** *The study of the milk production, usually made by lactation curves, provides a better knowledge of the herd's behavior, also contributing with the productivity growth and reaching of better results. Non-linear models with the inclusion of covariates were used to obtain lactation curves associated with the production of Dutch breed females at first parturition. In these models there are some important measurements to producer, like peak time and persistence. The sample had production data of 557 females from January 2008 to May 2012. The covariates available were: animal's age, racial group, number of daily milking and producer's size. Among several proposed models in literature, the chosen one was the model with best adjustment according to Akaike's Criterion (AIC), Pearson's linear correlation and log-likelihood. Akaike's Criterion was also used to choose the significant covariates. Wood's model was the one with lower AIC, higher log-likelihood and Pearson's linear correlation. The significant covariates were the number of daily milking and racial group. The estimated peak time was of 3.86 months and the persistence of 3.35.*
- **KEYWORDS:** *Non-linear model; Wood's model, milk production; persistence, peak time.*

Referências

- BIANCHINI SOBRINHO, E. *Estudo da curva de lactação de vacas da raça Gir*. 1984. 88p. Tese (Doutorado em Genética) - Faculdade de Medicina, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 1984.
- BRODY, S.; RAGSDALE, A. C.; TURNER, C. W. The relation between the initial rise and the subsequent decline of milk secretion following parturition. *The Journal of General Physiology*, v.6, p.541-545, 1924.
- CAPPIO-BORLINO, A.; PULINA, G.; ROSSI, G. A non-linear modification of Wood's equation fitted to lactation curves of Sardinian dairy ewes. *Small Ruminant Research*, v.18, p.75-79, 1995.
- CAPUCHO, T. O. *Produção leiteira no Paraná: um estudo considerando os efeitos espaciais*. 2010. 20p. Tese (Mestrado em Economia) - Universidade Estadual de Maringá, Maringá.
- CKROH, A. P.; COIMBRA, E. D. F. *Métodos estatísticos no ajuste de curvas de lactação* - Universidade Federal do Paraná, Curitiba. 2005.
- COBUCCI, J. A., EUCLYDES, R. F., COSTA, C. N., TEODORO, R. L., VERNEQUE, R. S., LOPES, P. S., SILVA, M. A. Aspectos Genéticos e Ambientais da Curva de Lactação de Vacas da Raça Guzerá. *Rev. bras. zootec.*, v.30, n.4, p.1204-1211, 2001.
- DAVE, B. K. First lactation curve of Indian water buffalo. *Jawaharlal Nehru Krishi Vishwa Vidyalyaya Research Journal*, v.5, p.93, 1971.
- DHANOVA, M. S. A note on an alternative form of the lactation model of Wood. *Animal Production*, v.32, p.342, 1981.
- FARO, L. E.; ALBUQUERQUE, L. G. Comparação de alguns modelos matemáticos para o ajuste às curvas de lactação individuais de vacas da raça Caracu. *Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia*, v.54, p.295-302, 2002.
- GONÇALVES, T. M. *Estudo da curva de lactação de vacas da raça gir*. 1994. Tese (Doutorado em Zootecnia) - Universidade Federal de Viçosa, 1994.

- JENKINS, T. G.; FERRELL, C. L. A note on lactation curves of crossbred cows. *Animal Production*, v.39, p.479-482, 1984.
- MEZZADRI, F. P. Análise da Conjuntura Agropecuária. *Secretaria da Agricultura e do Abastecimento - Departamento de Economia Rural*. 2012.
- MOLENTO, C.F.M.; MONARDES, H.; RIBAS, N.P.; BLOCK, E. Curvas de lactação de vacas holandesas do Estado do Paraná, Brasil. *Ciência Rural*, Santa Maria, v.34, n.5, p.1585-1591, 2004.
- NERO, L. A.; VIÇOSA, G. N.; PEREIRA, F. E. V. Qualidade microbiológica do leite determinada por características de produção. *Ciência e Tecnologia de Alimentos*, Campinas, v.29, n.2, p.386-390, 2009.
- OLIVEIRA, H. T. V.; REIS, R. B.; GLÓRIA, J.R.; QUIRINOS, C. R.; PEREIRA, J. C. C. Curvas de lactação de vacas F1 Holandês-Gir ajustadas pela função gama incompleta. *Arq. Bras. Med. Vet. Zootec.*, v.59, p.233-238, 2007.
- PAPAJCSIK, I. A.; BODERO, J. Modeling lactation curves of Friesian cow in a subtropical climate. *Animal Production*, v.47, n.2, 1988.
- PINHEIRO, J. C.; BATES, D. M. *Mixed-Effects Models in S and S-PLUS*. In: _____ Nonlinear Mixed-Effects Models: Basic Concepts and Motivating Examples. (Ed.) Springer, 2000. p. 273-304.
- R DEVELOPMENT CORE TEAM. R: A Language and Environment for Statistical Computing. The R Project for Statistical Computing, 2011. ISSN 3-900051-07-0. Disponível em: <www.R-project.org>.
- SANTOS, E. P. B. *Ajustes de Curvas de Lactação de Vacas Mestiças das Raças Holandesa e Gir*. 2012. 90p. Tese (Doutorado em Zootecnia) - Centro de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Ceará, 2012.
- SIKKA, L. C. A study of lactation as affected by breeding and environment. *Journal Dairy Research*, v.17, n.3, p.231-252, 1950.
- SINGH, R. P.; GOPAL, R. Lactation curves analysis of buffaloes maintained under village conditions. *Indian Journal of Animal Science*, v.52, n.12, p.1157-1160, 1982.
- ZADRA, L. F. Persistência da lactação em bovinos leiteiros. *Pesquisa & Tecnologia*, São Paulo, v. 9, n. 2, 2012.
- WOOD, P. D. P. Algebraic Model of the Lactation Curve in Cattle. *Nature*, v. 216, p.164-165, 1967.

Recebido em 19.02.2014

Aprovado após revisão em 09.07.2014