

# MODELAGEM NÃO LINEAR PARA DESCREVER O AFILAMENTO DO FUSTE EM *PINUS TAEDA*

Marcos Felipe NICOLETTI<sup>1</sup>  
Samuel Padua Chaves CARVALHO<sup>2</sup>  
Sebastião do Amaral MACHADO<sup>3</sup>  
David José MIQUELLUTI<sup>4</sup>  
Gustavo Silva OLIVEIRA<sup>1</sup>  
Mário DOBNER JUNIOR<sup>5</sup>

- **RESUMO:** Neste estudo objetivou-se avaliar as técnicas de modelagem não linear para estudar o afilamento do fuste em *Pinus taeda*. Utilizou-se o modelo logístico de quatro parâmetros na sua forma original e modificada na predição da altura ao longo do tronco e do volume total das árvores. Os critérios estatísticos para avaliar os modelos foram o Critério de Informação Akaike (AIC), Critério de informação Bayesiano (BIC), erro padrão das estimativas (Syx) e análise gráfica dos resíduos. O modelo logístico modificado melhorou em torno de 60% o erro padrão das estimativas da altura ao longo do tronco e conseqüentemente a predição do volume reduziu em 70% o erro nas predições. Com isso, constatou que o modelo logístico modificado fixo demonstrou ajuste superior em relação ao modelo logístico original.

- **PALAVRAS-CHAVE:** Biometria florestal; modelo logístico; sortimento; perfil do fuste.

## 1 Introdução

O setor florestal vem buscando constantemente o aproveitamento dos seus recursos naturais. Dentre as ferramentas utilizadas para a otimização do processo produtivo está o uso das funções de afilamento que são de suma importância para a quantificação do volume dos múltiplos usos de madeira. Assim, estudos sobre esse tema podem abordar estimativas do diâmetro em qualquer altura, bem como a altura em qualquer diâmetro, propiciando estimar o volume de qualquer seção (CAMPOS e LEITE, 2013).

Os conceitos de multiprodutos correspondem que um mesmo fuste resulte em madeira para laminação, serraria, fabricação de papel e celulose, geração de energia entre outros acarretando em uma maior receita durante toda a rotação de seus povoamentos. Devido a

---

<sup>1</sup>Universidade do Estado de Santa Catarina - UDESC, Departamento de Engenharia Florestal, CEP: 88.520-000, Lages, SC, Brasil. E-mail: [marcos.nicoletti@udesc.br](mailto:marcos.nicoletti@udesc.br); [gustavo\\_ccp@hotmail.com](mailto:gustavo_ccp@hotmail.com); [mario.dobner@ufsc.br](mailto:mario.dobner@ufsc.br)

<sup>2</sup>Universidade Federal do Mato Grosso - UFMT, Departamento de Engenharia Florestal, CEP: 78.060-900, Cuiabá, MT, Brasil, E-mail: [sam.padua@gmail.com](mailto:sam.padua@gmail.com)

<sup>3</sup>Universidade Federal do Paraná - UFPR, Departamento de Engenharia Florestal, CEP: 80.210-170, Curitiba, PR, Brasil, E-mail: [samachado@ufpr.br](mailto:samachado@ufpr.br)

<sup>4</sup>Universidade do Estado de Santa Catarina - UDESC, Departamento de Solos e Recursos Naturais, CEP: 88.520-000, Lages, SC, Brasil. E-mail: [david.miquelluti@udesc.br](mailto:david.miquelluti@udesc.br)

<sup>5</sup>Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC, Departamento de Agricultura, Biodiversidade e Florestas, CEP: 89.520-000, Curitibaanos, SC, Brasil. E-mail: [mario.dobner@ufsc.br](mailto:mario.dobner@ufsc.br)

constante necessidade em madeira de reflorestamento, as espécies exóticas de rápido crescimento como o *Pinus* sp. tem se tornado uma alternativa benéfica principalmente para as grandes empresas.

Conforme Miguel *et al.* (2011), existem algumas técnicas que possibilitam a classificação do sortimento e os modelos volumétricos, que apenas quantificam o volume total do indivíduo, sem a qualificação. Estes resultados são obtidos pelos modelos de afilamento, que possibilitam estimar o volume total ou comercial da tora em qualquer diâmetro ou altura especificada. Além disso, SCHNEIDER *et al.* (1996), afirmam que estas técnicas ajudam o gestor florestal prever, nos variados horizontes, os sortimentos da madeira em diferentes classes de sítio, além das receitas provenientes da produção da floresta.

Cabe destacar também que os modelos lineares e não lineares possibilitam estimar o número de toras que compreendem um diâmetro mínimo e estimar o volume nos diversos sortimentos florestais, caracterizando as funções de afilamentos (HUSCH *et al.*, 1972; AHRENS e ROBERT, 1981 apud QUEIROZ *et al.*, 2006). Diante disso, objetivou-se avaliar a eficiência na predição do perfil do fuste e do volume de *Pinus taeda* por meio da modelagem não linear.

## 2 Material e métodos

### 2.1 Área de estudo

O trabalho foi realizado no município de Campo Belo do Sul-SC, nas áreas da empresa Florestal Gateados Ltda. O local está circunscrito pelas coordenadas geográficas 28°03'26'' de Latitude Sul e 50°46'13'' de Longitude Oeste. De acordo com a classificação de Koppen, o clima da área de estudo é predominantemente do tipo Cfb, mesotérmico, subtropical úmido, com verões frescos, sem estações secas definidas, com a ocorrência de geadas severas e temperatura média anual de 16° C. A precipitação anual varia de 1.300 a 2.400 mm e a altitude média é de 950 m. O solo de maior representatividade do local é o Nitossolo Háplico, com associações de Cambissolo e Neossolo Litólico nas áreas mais declivosas. (EMBRAPA, 1988).

### 2.2 Coleta dos dados

As variáveis dendrométricas para análise do comportamento do perfil do tronco estão distribuídas em um conjunto de dados de 558 árvores de *Pinus taeda* em quatro sítios florestais, fornecidos pela empresa, que variam de 11 a 31 anos de idade (Tabela 1).

As árvores cubadas foram selecionadas com base na distribuição diamétrica dos povoamentos provenientes dos dados do inventário florestal. Estes indivíduos selecionados foram derrubados, seccionados e medidos os diâmetros em diferentes alturas ao longo do tronco a 0,1 m; 0,3 m; 0,5 m; 0,9 m; 1,3 m; 2 m e a partir de 2 m, foi de metro a metro. Os diâmetros das toras foram medidos com a Suta e os comprimentos com a trena. O volume individual das árvores foi determinado pela fórmula de Smalian conforme Machado e Figueiredo Filho (2006). Utilizou-se a cubagem rigorosa para a obtenção do volume individual para posterior comparação com o volume predito pelas equações. Um resumo

estatístico das principais variáveis dendrométricas das 558 árvores amostradas está descrito na Tabela 2.

Tabela 1 - Distribuição das árvores cubadas de *Pinus taeda* nos quatro sítios florestais e nas respectivas classes de idade

Sítio	Índice de Sítio (IS)	Idade (anos)												Nº Árvores		
		11	12	13	15	19	21	23	24	25	26	27	28		30	31
I	28	35		16	15		76		28		74					244
II	26		25			40		40	40	40			66	42		293
III	24												15	4		19
IV	21													2		2
<b>Total Geral</b>		35	25	16	15	40	76	40	68	40	74	15	72	42		<b>558</b>

Tabela 2 - Informações estatísticas dos dados de diâmetro (dap), altura total (h) e volume individual (v) das árvores de *Pinus taeda*

Estatísticas	dap (cm)	h (m)	v (m³)
Mínimo	14,9	14,1	0,1374
Média	37,7	29,2	1,7473
Máximo	65,0	41,5	5,4871
Desvio Padrão	9,1	5,0	0,9554
Coefficiente de Variação (%)	24,2	17,0	54,7

Posteriormente foram estabelecidas cinco classes diamétricas por meio de análise prévia pelo critério empírico para representação das árvores.

### 2.3 Modelo logístico

O uso da função logística não linear para descrever o afilamento de árvores foi abordado por Calegario (2002) e visa descrever as variações da altura quando o diâmetro também varia (Equação 1 e 2). Essa abordagem se difere das demais tradicionalmente utilizadas na ciência florestal, pois neste caso, a variação do diâmetro é a variável independente do modelo.

#### 2.3.1 Modelo logístico original

O modelo logístico original é dado por (CALEGARIO, 2002):

$$h_{ij} = \varphi_1 + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{1 + \exp[(\varphi_3 - r_{ij})/\varphi_4]} + \varepsilon_{ij}, \quad (1)$$

em que  $h_{ij}$  = altura da  $i$ -ésima árvore na  $j$ -ésima posição do fuste (m);  $r_{ij}$  = raio da  $i$ -ésima árvore na  $j$ -ésima posição do tronco (cm);  $\varphi_i$  = coeficientes da regressão;  $\varepsilon_{ij}$  = erro aleatório.

### 2.3.2 Modelo logístico modificado

O modelo logístico modificado é dado por (CARVALHO *et al.*, 2014):

$$\frac{h_{ij}}{ht_i} = \varphi_1 + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{1 + \exp[(\varphi_3 - \frac{r_{ij}}{rap_i})/\varphi_4]} + \varepsilon_{ij}, \quad (2)$$

em que:  $h_{ij}$  = altura da  $i$ -ésima árvore na  $j$ -ésima posição do fuste (m);  $ht_i$  = altura total da  $i$ -ésima árvore (m);  $r_{ij}$  = raio da  $i$ -ésima árvore na  $j$ -ésima posição do tronco (cm);  $rap_i$  = raio da  $i$ -ésima árvore medido à altura do peito (cm);  $\varphi_i$  = coeficientes da regressão;  $\varepsilon_{ij}$  = erro aleatório.

O modelo logístico de quatro parâmetros possui um comportamento sigmoidal, duplamente assintótico, onde os pontos de assíntota são expressos pelos parâmetros  $\varphi_1$  e  $\varphi_2$  (PINHEIRO e BATES, 2000). Logo, Calegario (2002) adaptou o mesmo para aplicações em funções de afilamento e descreveu como seus parâmetros podem ser interpretados biologicamente, tais como:

$\varphi_1$  é a assíntota horizontal superior quando o raio da árvore tende a um valor negativo infinito. No contexto dos modelos de afilamento este parâmetro pode ser interpretado como assíntota superior quando o raio tende a zero uma vez que não poderá assumir valores negativos;

$\varphi_2$  é a assíntota horizontal inferior quando o raio da árvore tende a um valor positivo infinito;

$\varphi_3$  é o parâmetro de “meia vida” que representa o ponto de inflexão da curva quando a variável resposta é  $(\varphi_1 - \varphi_2) / 2$ . É obrigatoriamente encontrado em um ponto entre a assíntota inferior e superior; e

$\varphi_4$  é o parâmetro que expressa a escala. Seu valor aproximado é obtido em um ponto que ocorre aproximadamente a 75% da diferença dos valores das assíntotas  $0,75 (\varphi_1 - \varphi_2)$ .

A aplicação das técnicas de ajustes de modelos não lineares exige valores iniciais dos parâmetros para que os mesmos possam minimizar as respectivas estimativas. Esse processo pode ser realizado manualmente por meio dos valores iniciais oriundos da interpretação da curva gerada pelo modelo. Uma abordagem mais sensata é obter as estimativas iniciais por meio de uma função que gera as mesmas. Logo, Pinheiro e Bates (2000) descrevem as funções *SelfStart* que podem calcular as estimativas iniciais dos parâmetros, implementadas pelo pacote *nlme* do *Software R* (R CORE TEAM, 2017).

## 2.4 Volumes parciais e totais

Para o volume das árvores foram utilizadas as técnicas de integração da área da base sobre o comprimento do fuste dos sólidos de revolução (LEITHOLD, 1994). Essas técnicas são determinadas por meio de cálculo numérico e geram o volume de sólidos invólucros cilíndricos. Esse método para obter o volume dos sólidos invólucros envolve rotacionar elementos de área retangular paralelos ao eixo de revolução (eixo y), o que faz com que seja gerado um sólido contido entre dois cilindros com o mesmo centro e eixo. Logo, o volume deste sólido é obtido pela soma de  $n$  elementos retangulares. Conforme descrito por Carvalho (2013), o volume por integração para diferentes raios é obtido com a equação 3 para o modelo logístico original e na equação 4 para o modelo logístico modificado, dadas por

$$V = \int_{R_{min}}^{R_{max}} 2\pi R_i \left\{ \varphi_1 + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{1 + \exp[(\varphi_3 - r_{ij})/\varphi_4]} \right\} dR \quad (3)$$

e

$$V = \int_{R_{min}}^{R_{max}} 2\pi R_i \left\{ \left[ \varphi_1 + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{1 + \exp[(\varphi_3 - \frac{r_{ij}}{rap_i})/\varphi_4]} \right] * h_t \right\} dR, \quad (4)$$

em que:  $R_{min}$  é o raio na posição de estimativa de raio mínimo;  $R_{max}$  é o raio de estimativa do raio máximo;  $R_i$  = raio médio do  $i$ -ésimo cilindro gerado (m);  $h_t$  = altura total da  $i$ -ésima árvore (m);  $r_{ij}$  = raio da  $i$ -ésima árvore na  $j$ -ésima posição do tronco (cm);  $rap_i$  = raio da  $i$ -ésima árvore medido à altura do peito (cm);  $\varphi_i$  = coeficientes da regressão e  $V$  é o volume da seção entre o raio mínimo e máximo, por consequência volume individual da árvore.

A integração foi realizada usando a função *integrate* associada à função *mapply*, ambas implementadas no *Software R* (R CORE TEAM, 2017).

## 2.5 Análise estatística e precisão do modelo

Para avaliar os ajustes dos modelos propostos para o afilamento das árvores utilizaram-se os seguintes critérios:

### 2.5.1 Critério de informação Akaike (AIC)

O AIC é uma metodologia simples e efetiva para seleção de modelos para análise de dados empíricos que analisa através da relação da distância entre os dois modelos, chamada de Kulbach-Leibler, e a função de máxima log-verossimilhança de Fisher (AKAIKE, 1973 *apud* BURNHAM e ANDERSON, 2002). O AIC estima a discrepância geral relativa entre um modelo de aproximação e o modelo real (hipotético) que gerou os dados. Desta forma, quanto menor o valor do AIC de um modelo, menor sua discrepância geral estimada e, por consequência, menor sua distância relativa para o modelo real (hipotético). Vismara (2009) comenta ainda sobre a vantagem desta estatística para comparar modelos não hierarquizados considerando-os apenas como concorrentes. Batista (2009) indica que o

valor da Máxima Verossimilhança utilizado nesse indicador é obtido por meio dos parâmetros de um modelo utilizando as estimativas que tornam máximo o valor da função de verossimilhança. Isso é equivalente a encontrar o valor para o parâmetro que torna mínima a função de log-verossimilhança negativa. A fórmula para o cálculo do AIC é obtida pela equação 5 dada por

$$AIC = -2 \ln(mv) + 2p, \quad (5)$$

em que:  $\ln$  é o logaritmo na base neperiana;  $mv$  é o valor de máxima verossimilhança apresentado pelo modelo;  $p$  é o número de parâmetros.

### 2.5.2 Critério de informação bayesiano (BIC), na equação 6

O critério de informação bayesiano é dado por

$$BIC = -2 \ln(mv) + p \ln(n), \quad (6)$$

em que:  $\ln$  é logaritmo na base neperiana;  $mv$  é o valor de máxima verossimilhança apresentado pelo modelo;  $p$  é o número de parâmetros;  $n$  é o número de observações na amostra.

Quanto menores os valores de AIC e BIC, melhor é o modelo e mais aderente à distribuição amostral dos dados. Os critérios de seleção *AIC* e *BIC* são relevantes quando feita análise de regressão e o objetivo é comparar modelos advindos de uma mesma amostra, pois estes são criteriosos para penalizar modelos com número excessivo de parâmetros, selecionando, portanto, modelos mais parcimoniosos. O *AIC* dá um peso maior no número de parâmetros do modelo e o *BIC* na amostra utilizada na construção das equações (CARVALHO, 2013).

### 2.5.3 Erro padrão da estimativa ( $S_{yx}$ )

Trata-se da estimativa do desvio padrão amostral e fornece uma ideia absoluta e relativa do desvio de estimativa do modelo em relação à média, determinado segundo a equações 7 dada por

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y - \hat{Y})^2}{n-p}} \quad S_{yx\%} = \left(\frac{S_{yx}}{\bar{Y}}\right) * 100, \quad (7)$$

em que:  $S_{yx}$  é o erro padrão da estimativa na unidade da variável resposta;  $S_{yx\%}$  é o erro padrão da estimativa relativo;  $\hat{Y}$  é a variável regressora estimada pelo modelo;  $Y$  é a variável observada;  $\bar{Y}$  é a média da variável resposta;  $n$  = número de observações;  $p$  = número de parâmetros.

Assim, quanto menor for o erro padrão da estimativa melhores são as estimativas obtidas na equação, portanto deveria ser selecionada.

### 2.5.4 Análise gráfica do erro de predição relativo

Analisaram-se os gráficos dos resíduos existentes na predição dos modelos, pela diferença entre valores observados e estimados, avaliando a magnitude do erro das estimativas. Verificaram-se os gráficos dos valores ajustados versus os valores observados. A qualidade do ajuste das equações foi avaliada também por meio da dispersão dos resíduos padronizados (SOUZA, 1998).

As análises foram realizadas por meio do *Software R*, versão 3.1, utilizando o pacote *nlme* desenvolvido por José C. Pinheiro e Douglas Bates (R CORE TEAM, 2017).

## 3 Resultados e discussão

As estimativas dos parâmetros do modelo logístico no seu formato original e modificado, bem como as estatísticas de ajuste são apresentadas na Tabela 3 e 4.

Tabela 3 – Estimativas dos parâmetros referentes ao modelo logístico original para estimar a altura ao longo do fuste

Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	Valor t	Pr (> t )
$\varphi_1$	28,0998	0,7490	37,52	< 0,0001
$\varphi_2$	1,0758	0,3372	3,190	0,00143
$\varphi_3$	11,9158	0,2536	46,99	< 0,0001
$\varphi_4$	4,9509	0,2407	20,57	< 0,0001

Tabela 4 – Estimativas dos parâmetros referentes ao modelo logístico modificado e fixo para estimar a altura ao longo do fuste

Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	Valor t	Pr (> t )
$\varphi_1$	0,8676	0,00214	405,5	< 0,0001
$\varphi_2$	-0,0685	0,00281	-24,4	< 0,0001
$\varphi_3$	0,7600	0,00109	692,7	< 0,0001
$\varphi_4$	0,1465	0,00117	124,4	< 0,0001

Analisando os resultados das tabelas com as estatísticas dos modelos, percebe-se que tanto o modelo original como o modificado teve significância em seus parâmetros ao nível de 5%. Isso representa que ambos modelos podem ser utilizados dessa forma para a predição das alturas ao longo do fuste das árvores. Horle *et al.* (2010) avaliando também o modelo logístico obtiveram boa representação e significância em todos parâmetros estudados para o afilamento de *Pinus oocarpa* em Minas Gerais.

Nota-se a redução do valor das estimativas dos parâmetros para o modelo modificado. Esse fato corrobora com a interpretação das estimativas pelo seu significado biológico. A transformação das variáveis reduziu consideravelmente o erro padrão do modelo modificado. Resultados similares também foram observados por Carvalho *et al.* (2014) que obtiveram redução nas variações da dispersão dos dados e consequente aumento da precisão do modelo logístico de afilamento em *Eucalyptus*.

Representados nas Figuras 1 e 2 tem-se o comportamento da curva média do ajuste apresentada pelo modelo logístico original e modificado. Nota-se que na Figura 1 o modelo original é apenas a representação da curva média do ajuste da altura em função do raio das árvores. Posteriormente, na Figura 2 no modelo logístico modificado foram inseridas outras variáveis dendrométricas para melhorar a qualidade preditiva do modelo por meio da curva média do ajuste.

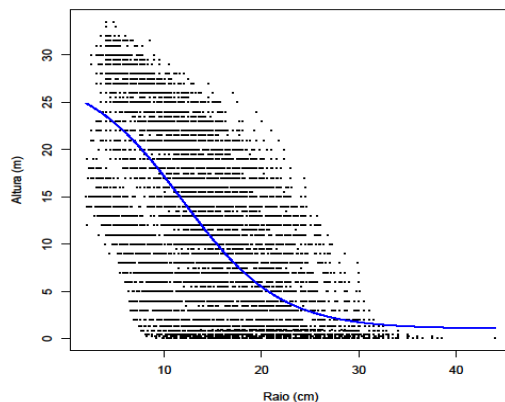


Figura 1 – Representação da curva média do ajuste do modelo logístico com quatro parâmetros na sua forma original.

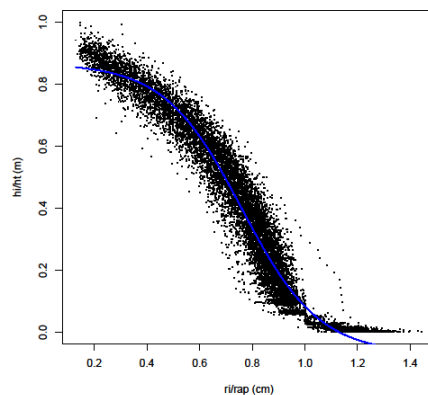


Figura 2 – Representação da curva média do ajuste do modelo logístico com quatro parâmetros com seu formato modificado.

Por meio das Figuras 1 e 2 comprova-se novamente a minimização das variações resultantes da transformação das variáveis do modelo modificado. Verificou-se que o modelo apresentou ser superior por meio do ajuste da curva média à nuvem de pontos em relação ao modelo logístico original e que mesmo assim, possui pontos que não foram bem representados.



As estatísticas utilizadas na avaliação dos modelos encontram-se na Tabela 5.

Tabela 5 – Avaliação dos modelos por meio das estatísticas do ajuste do perfil do tronco de *Pinus taeda* em SC para estimar a altura ao longo do tronco

Modelo	AIC	BIC	Syx (m)	Syx (%)
Logístico Original	96.450,76	96.488,81	6,15	50,1
Logístico Modificado	-40.938,74	-40.900,69	4,74	38,6

AIC é o Critério de Informação de Akaike, BIC é o Critério de Informação Bayesiano e Syx é o erro padrão residual absoluto (m) e relativo (%).

Por meio desses índices certifica-se que o modelo logístico modificado propiciou resultados superiores no ajuste, pois tanto o AIC quanto o BIC são melhores que no modelo original. Horle *et al.* (2010) testaram o modelo logístico modificado com o Polinômio de 5º Grau modificado para avaliar o perfil longitudinal do fuste de *Pinus oocarpa* e encontraram que o modelo logístico não linear foi superior para representar a predição da altura ao longo do tronco por meio do AIC e do BIC. Por meio do erro padrão verifica-se novamente a melhoria no ajuste com o modelo modificado, pois o erro reduziu as estimativas em 12%. Porém, o erro padrão pode ainda ser considerado alto para a predição da altura em diferentes diâmetros quando confrontados com as estimativas observadas por esses autores de 1,46 m para o Polinômio de 5º Grau e de 0,90 m para o Logístico Modificado.

Na Figura 3 é apresentada a distribuição residual do modelo logístico original e modificado avaliados para a altura estimada.

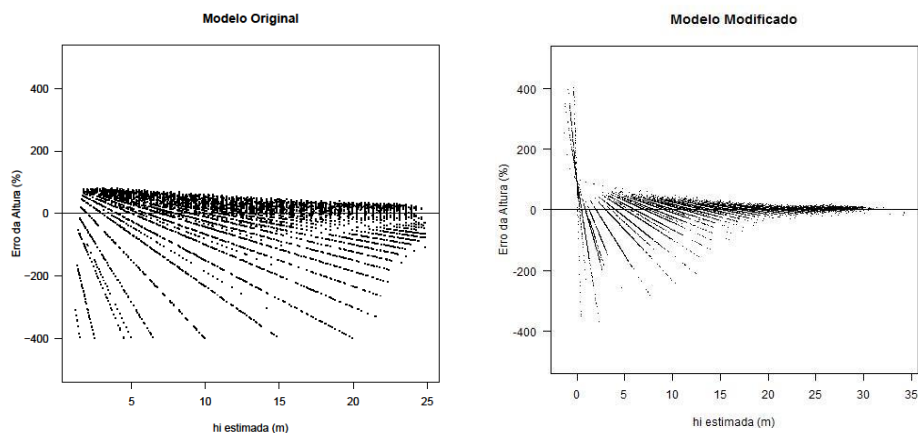


Figura 3 – Distribuição do erro relativo para o modelo logístico original e modificado em função da altura estimada ao longo do fuste.

Ao comparar os gráficos dos resíduos dos dois modelos (Figura 9), percebe-se que o modelo logístico modificado apresentou melhor desempenho ao ajuste. Os dois modelos tiveram uma tendência a superestimar suas predições de forma geral. A média observada do erro relativo nas estimativas da altura ao longo do tronco foi de -24,0% para o modelo logístico original e -8,1% para o modelo logístico modificado. Leal *et al.* (2017) analisaram

a predição da altura em *Eucalyptus* com equações de afilamento e encontraram erros semelhantes de aproximadamente 10% nessa variável. Na análise residual da predição do modelo original pode-se dizer que essa equação não propiciou bom desempenho nas estimativas ao longo de todo o fuste, superestimando a altura da base até o ápice da árvore. No entanto, o ajuste do modelo modificado teve na base a maior distribuição residual, com estimativas sub e superestimadas; todavia, a partir da porção intermediária de 15 metros do tronco das árvores as estimativas foram mais próximas de zero. O modelo logístico modificado avaliado por Horle *et al.* (2010), apresentou comportamento semelhante ao encontrado nesse trabalho para as estimativas da base das árvores. Por meio da análise gráfica do resíduo padronizado estes autores notaram que o modelo apresentou subestimativa para as alturas até 2 metros, indicando baixa precisão em valores próximos à base da árvore.

A precisão das estimativas que o modelo logístico original e modificado teve nos ajustes pode ser visualizada pelo gráfico da altura observada em função da altura estimada (Figura 4).

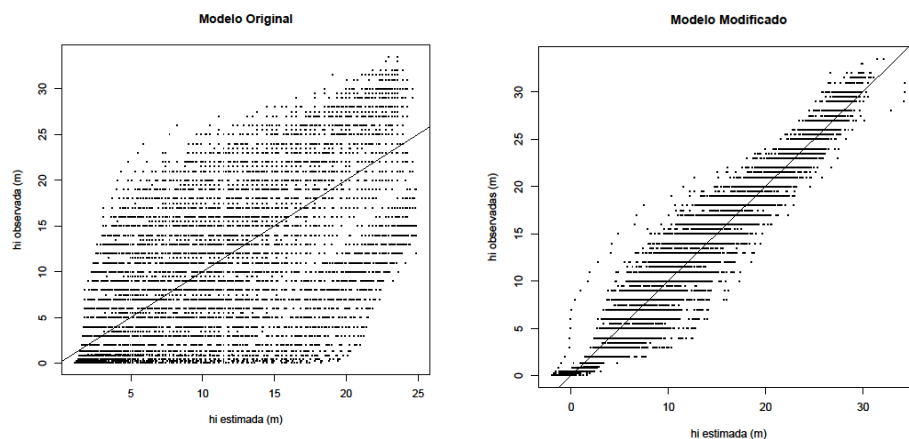


Figura 4 – Gráfico da altura observada em função da altura estimada para o modelo logístico original e modificado.

Observa-se que na Figura 4 o modelo logístico modificado propiciou novamente uma melhor distribuição, corroborando com os resultados da Figura 4 e Tabela 5. O modelo modificado demonstra a nuvem de pontos mais centrada à reta, fato importante para obter estimativas precisas. Entretanto, uma desvantagem encontrada no modelo modificado foi que para os valores preditos na base das árvores foram observadas algumas estimativas negativas.

Na Figura 5, apresenta-se a distribuição dos resíduos do volume individual total obtido pela predição dos modelos logístico original e modificado.

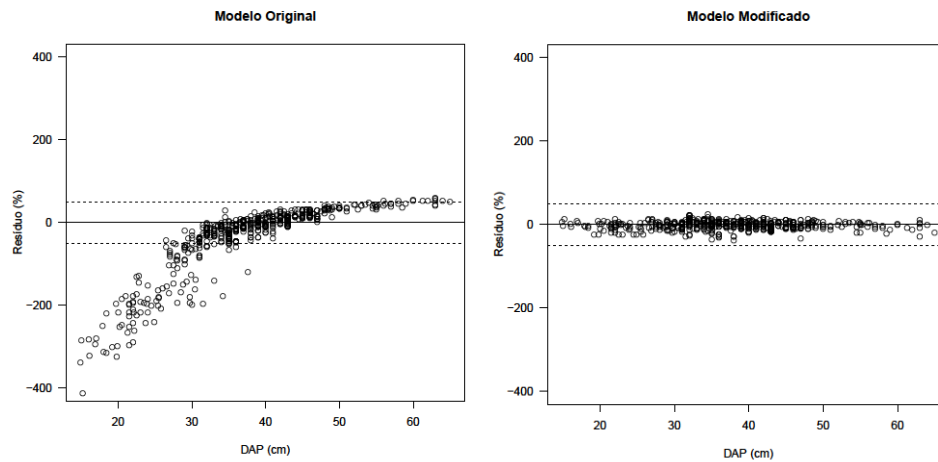


Figura 5 – Distribuição de resíduos do volume individual total das árvores do modelo logístico original e do modificado em relação ao diâmetro à altura do peito (dap). A linha pontilhada indica os limites de  $\pm 50\%$  do erro.

Na Figura 5, verifica-se que a tendência geral dos resíduos no modelo logístico modificado propiciou um ajuste superior ao modelo original, o qual demonstra variação expressiva quando comparado ao modelo modificado. Assim, para as menores árvores, com DAP menor que 35 cm, as estimativas tiveram erros muito altos e superestimados. Logo, a partir de 40 cm de DAP os resíduos foram subestimados em até 50% aproximadamente. Para o modelo logístico modificado a distribuição de resíduos foi homogênea e permaneceu em torno de  $\pm 50\%$  de desvio residual independente dos diâmetros das árvores. Essas afirmações podem ser confirmadas também por meio da média encontrada da diferença dos valores observados em relação aos estimados que para o modelo original foi de  $-33,02\%$  e para o modelo modificado de  $-2,06\%$ .

A acurácia das estimativas também pode ser visualizada na Figura 6 onde foi plotada o volume total observado obtido pela cubagem rigorosa em função do volume total previsto pela integração dos modelos.

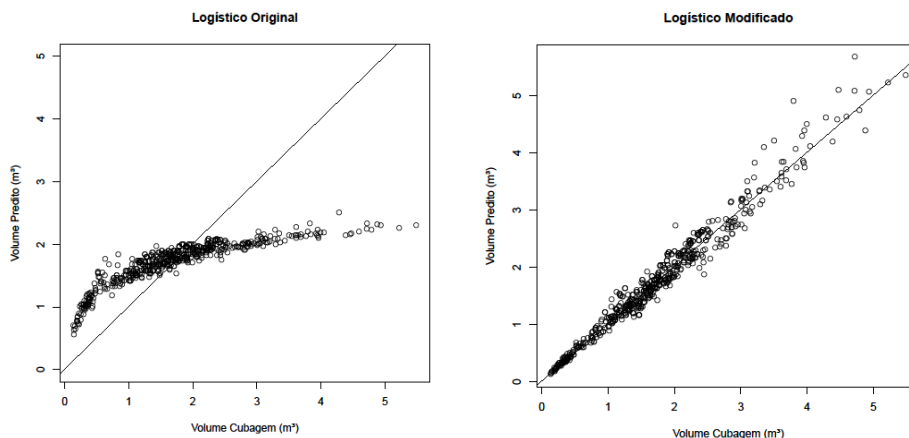


Figura 6 – Volume total predito por meio do modelo logístico original e do modificado versus o volume total obtido na cubagem rigorosa.

Observa-se pela Figura 6 que o modelo logístico modificado possui um ajuste superior ao original. Isso se deve ao fato dos pontos estarem mais concentrados diante da linha, que representa a maior proximidade dos valores reais com os preditos. Por meio do erro padrão das estimativas desses modelos também se nota essa superioridade expressiva do modelo logístico modificado que melhorou em cerca de 70% os ajustes. O modelo original apresentou erro padrão de 39,59% e o modificado de 10,02%. Esses resultados comprovam o que foi apresentado na Figura 5 e 6 em termos de precisão e acuracidade do modelo logístico modificado. Carvalho *et al.* (2014) também verificaram que o modelo logístico modificado relativizado foi superior para predição do volume individual.

## Conclusões

De acordo com os resultados obtidos pode-se inferir que o modelo logístico modificado apresentou melhor desempenho e proporcionou estimativas com maior acurácia diante do modelo logístico original para representação do afilamento do tronco das árvores.

A predição da altura ao longo do tronco e do volume total pelo modelo logístico modificado foi superior ao modelo logístico original, comprovada tanto pela expressiva redução do erro padrão das estimativas volumétricas em 70%.

NICOLETTI, M. F.; CARVALHO, S. P. C.; MACHADO, S. A.; MIQUELLUTI, D. J.; OLIVEIRA, G. S.; DOBNER JUNIOR, M. Non linear modeling to describe the taper in *Pinus taeda*. *Rev. Bras. Biom.*, Lavras, v.36, n.4, p.846-859, 2018.

- **ABSTRACT:** *The objective of this study was to evaluate nonlinear modeling methods to study the taper in Pinus taeda. It was used the logistic model of four parameters in both forms original and modified in the prediction of height along the trunk and the total volume of the trees. Akaike*

Information Criterion (AIC), Bayesian Information Criterion (BIC), standard error of estimates ( $S_{yx}$ ) and graphical analysis of the residuals were used to evaluate the models. The modified logistic model improved around 60% the standard error of the height estimates along the trunk and, consequently, the prediction of the volume reduced the prediction error by 70%. It was verified that the modified fixed logistic model showed superior fit in relation to the original logistic model.

- **KEYWORDS:** Forest biometry; logistic model; assortment; taper.

## Referências

BATISTA, J. L. F. *Verossimilhança e máxima verossimilhança*. (Textos acadêmicos), Piracicaba, p. 27, 2009.

BURNHAM, K. P.; ANDERSON, D. R. Model selection and multimodel inference: practical information theoretic approach. 2.ed. New York: *Springer*, p. 488, 2002.

CALEGARIO, N. *Modeling Eucalyptus stand growth based on linear and nonlinear mixed-effects models*. p. 123, 2002. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) – Universidade da Georgia, Athens, 2002.

CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. *Mensuração florestal: perguntas e respostas*. 4.ed., Viçosa: Editora UFV, 2013. 605p.

CARVALHO, S. P. C.; RODRIGUEZ, L. C. E.; CALEGARIO, N.; SAVIAN, T. V.; LIMA, M. P.; SILVA, C. A.; MENDONÇA, A. R.; NICOLETTI, M. F. Modelagem não linear mista para descrever o afilamento de árvores clonais de *Eucalyptus* sp. *Scientia Forestalis* (IPEF), v.42, p.100, 2014.

CARVALHO, S. P. C. *Estimativa volumétrica por modelo misto e tecnologia laser aerotransportado em plantios clonais de Eucalyptus sp.* 104f. Tese (Doutorado em Recursos Florestais) - Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2013.

EMBRAPA. *Zoneamento ecológico para plantios florestais no estado de Santa Catarina*. Curitiba: EMBRAPA CNPF, 1998.

HORLE, D. C.; MENDONÇA, A. R.; CARVALHO, S. P. C.; CALEGARIO, N. Modelagem não-linear do perfil longitudinal de fustes de *Pinus oocarpa*. *Cerne*, Lavras, v.16, n.2, p.177-184, 2010.

LEAL, F. A.; CASTRO, R. V. O.; MATRICARDI, E. A. T. Validação de modelos de afilamento para estimativa do diâmetro, altura e volume em povoamento comercial de eucalipto. *Revista Brasileira de Biometria*, v.35, p.449-460, 2017.

LEITHOLD, L. *O cálculo com geometria analítica*. 3.ed. São Paulo: Harbra, 1.v., 1994.

MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A. *Dendrometria*. 2. ed. Guarapuava: Unicentro, 2006. 316p.

MIGUEL, E. P.; MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A.; ARCE, J. E.; Modelos polinomiais para representar o perfil e o volume do fuste de *Eucalyptus urophylla* na região norte do Estado de Goiás. *Floresta*, v.41, n.2, p. 355-368, 2011.

PINHEIRO, J. C.; BATES, D. M. *Mixed-effects models in S and S-PLUS*. New York: Springer-Verlag, p. 528, 2000.

- QUEIROZ, D. MACHADO, S. A.; FILHO, A. F.; ARCE, J. E.; KOEHLER, H. S. Avaliação e validação de funções de afilamento para *Mimosa scabrella* Bentham em povoamentos da região metropolitana de Curitiba PR. *Floresta*, v.36, n.2, p.183-199, 2006.
- R CORE TEAM. *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <http://www.R-project.org/>, 2017.
- SCHNEIDER, P. R.; FINGER, C. A. G.; KLEIN, J. E. M.; TOTTI, J. A.; BAZZO, J. L.; Forma de tronco e sortimentos de madeira de *Eucalyptus grandis* Maiden para o estado do Rio Grande do Sul. *Ciência Florestal*, v.6, n.1, p.79-88, 1996.
- SOUZA, G.S. *Introdução aos modelos de regressão linear e não-linear*. Brasília: Embrapa-SPI, 1998. 505p.
- VISMARA, E. S. *Mensuração da biomassa e construção de modelos para construção de equações de biomassa*. 2009. 103p. Dissertação (Mestrado em Recursos Florestais) – Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiróz, Universidade de São Paulo. Piracicaba, 2009.

Recebido em 30.05.2017

Aprovado após revisão em 12.06.2018